

# मुद्रास्फीति और मुद्रास्फीति की प्रत्याशा : एक वितरणात्मक मानचित्रण

आर के सिन्हा<sup>1</sup> द्वारा

यह आलेख उपभोक्ता मूल्य सूचकांक-संयुक्त (सीपीआई-सी) आधारित मुद्रास्फीति और मुद्रास्फीति प्रत्याशाओं डेटासेट की सांख्यिकीय विशेषताओं का विश्लेषण करता है और इनके लिए उपयुक्त सांख्यिकीय वितरण की पहचान करता है। उपयुक्त वितरणों की पहचान से इन वितरणों की एक-से-एक मैपिंग स्थापित करने में सुविधा होती है। उक्त मैपिंग से किसी डेटा बिंदु का एक डेटासेट से दूसरे डेटासेट में रूपांतरण/स्थानांतरण किया जाता है। इन मॉडलों में मुद्रास्फीति का पूर्वानुमान लगाने की क्षमता है और ये जोखिम-आधारित मुद्रास्फीति (आईएआर) को मापने के लिए भी महत्वपूर्ण रूप से उपयोगी हैं।

## परिचय

सीपीआई-सी आधारित मुद्रास्फीति डेटा सांख्यिकी और कार्यक्रम कार्यान्वयन मंत्रालय ( एमओएसपीआई ) द्वारा कणीय-स्तरीय डेटा के साथ प्रकाशित किया जाता है। एक प्रकार की कणीयता अखिल भारतीय स्तर पर एक उप-उत्पाद है। दूसरा राज्यों/केंद्र शासित प्रदेशों (यूटी) और क्षेत्रों (ग्रामीण/शहरी) के अनुसार उत्पाद समूह और उप-समूह स्तर के अनुसार है। रिजर्व बैंक द्वारा परिवारों की मुद्रास्फीति प्रत्याशा सर्वेक्षण (आईईएसएच) करवाया जाता है, जो निकट अवधि के लिए मुद्रास्फीति पर उत्तरदाताओं (सर्वेक्षित परिवारों) की प्रत्याशाओं को दर्शाता है। ऐसे सर्वेक्षण अंतरराष्ट्रीय स्तर पर पूर्वाग्रहों के लिए जाने जाते हैं, और तदनुसार, मुद्रास्फीति की प्रत्याशाओं का स्तर अक्सर वास्तविक मुद्रास्फीति से भिन्न होता है। फिर भी, ये दिशात्मक परिवर्तनों पर नजर रखने के लिए बहुत उपयोगी सिद्ध हुए हैं। कई हालिया अध्ययनों (दास एवं अन्य., 2019; शॉ, 2019; मुदुली एवं अन्य., 2022) ने ऐसे सर्वेक्षणों में अंतर्निहित पूर्वाग्रहों का

आकलन करने का प्रयास किया है और मुद्रास्फीति और मुद्रास्फीति प्रत्याशाओं के बीच एक सार्थक तुलना स्थापित करने के लिए उन्हें हटा दिया है।

इस आलेख में केवल दो डेटासेट की केंद्रीय प्रवृत्तियों को मॉडलिंग और मैपिंग करने के बजाय एमओएसपीआई की वास्तविक मुद्रास्फीति और सर्वेक्षण किए गए परिवारों की मुद्रास्फीति प्रत्याशाओं के डेटासेट के संपूर्ण वितरण की सांख्यिकीय विशेषताओं का तुलनात्मक अध्ययन करते हैं। कृपया ध्यान दें कि समग्र मुद्रास्फीति/मुद्रास्फीति प्रत्याशा संख्याओं की तुलना और मॉडलिंग अक्सर डेटासेट में अंतर्निहित जानकारी खो देती है, क्योंकि ये केवल व्युत्पन्न संख्याएं हैं।

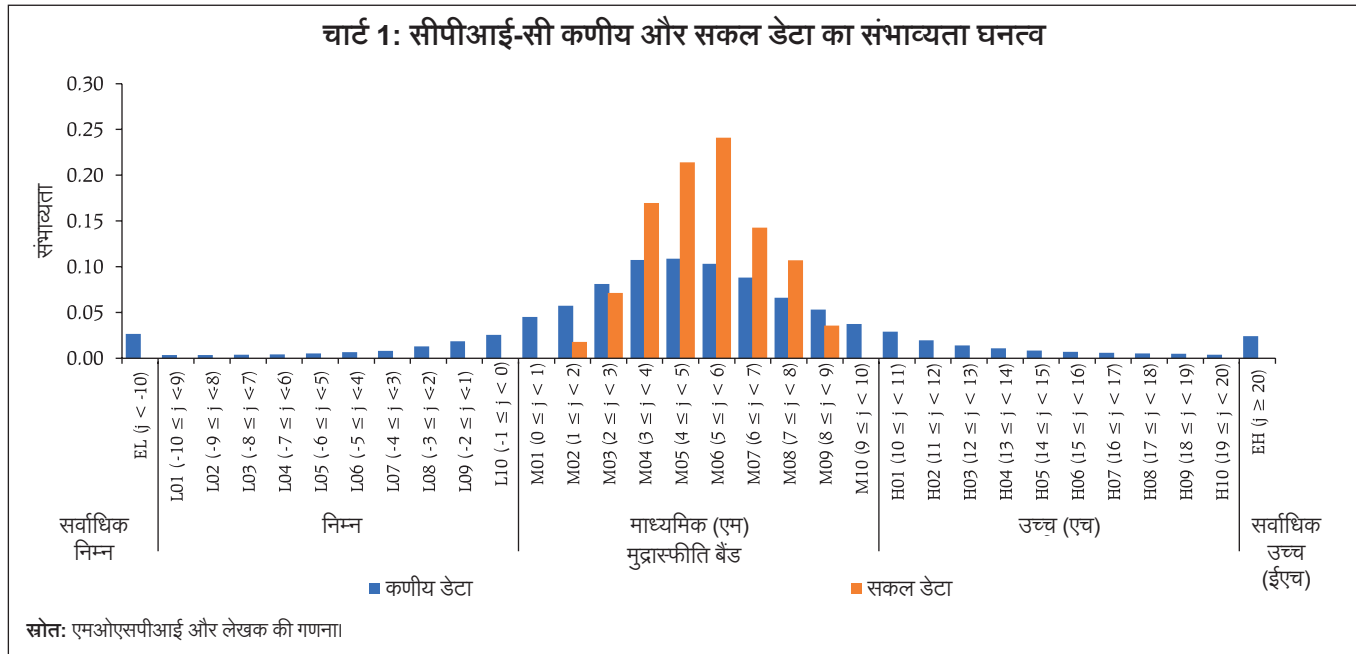
यह आलेख पाँच खंडों में विभाजित है। परिचयात्मक खंड के बाद, मुद्रास्फीति और मुद्रास्फीति प्रत्याशाओं के डेटासेट क्रमशः दूसरे और तीसरे खंड में वर्णित हैं। चौथा खंड इन दोनों खंडों के निष्कर्षों को उपयुक्त मानचित्रण के माध्यम से जोड़ता है और इसके संभावित उपयोग का सुझाव देता है। अंतिम खंड लेख का समापन करता है।

## II. सीपीआई-सी आधारित मुद्रास्फीति डेटासेट की सांख्यिकीय विशेषताएं

एमओएसपीआई द्वारा सीपीआई-सी आधारित मुद्रास्फीति (कुल और साथ ही विस्तृत स्तर) पर डेटा मासिक अंतराल पर प्रकाशित किया जाता है। सांख्यिकीय रूप से, समान अवधि के समग्र और कणीय-स्तरीय डेटासेट की मुद्रास्फीति का माध्य करीब से मेल खाना चाहिए, कणीय डेटा का मानक विचलन (एसडी) समग्र डेटा के एसडी की तुलना में अधिक होने की प्रत्याशा है, क्योंकि समग्र डेटा कणीय-डेटा के माध्य का वितरण है। समग्र डेटा की मॉडल मुद्रास्फीति 5 प्रतिशत से 6 प्रतिशत के बैंड में आती है, जबकि जनवरी 2014 से जून 2023 की अवधि के लिए अलग-अलग डेटा के मामले में यह 4 प्रतिशत से 5 प्रतिशत के बैंड में है। कणीय डेटा में अधिक परिवर्तनशीलता व्यक्तिगत उत्पाद स्तर के आघातों को दर्शाता है, जो अनुकूल हो सकती है (कुल स्तर की मुद्रास्फीति को लक्ष्य बिंदु की ओर

<sup>1</sup> लेखक मौद्रिक नीति विभाग (एमपीडी) से हैं। इस लेख में व्यक्त विचार लेखक के हैं और भारतीय रिजर्व बैंक के विचारों का प्रतिनिधित्व नहीं करते हैं।

<sup>1</sup> पेशेवर पूर्वानुमानकर्ताओं जैसे अन्य उत्तरदाताओं की मुद्रास्फीति अपेक्षाओं पर जानकारी का उपयोग करके तुलनात्मक अध्ययन भी संभव है। इस आलेख में इसका अन्वेषण नहीं किया गया है।



लाना) या प्रतिकूल (कुल स्तर की मुद्रास्फीति को लक्ष्य बिंदु से दूर ले जाना)। जनवरी 2014 से जून 2023 के दौरान समग्र स्तर के आंकड़ों में न्यूनतम और उच्चतम मुद्रास्फीति क्रमशः 1.46 प्रतिशत (जून 2017 में दर्ज) और 8.60 प्रतिशत (जनवरी 2014 में दर्ज) है ( चार्ट 1 )।

चरम मूल्यों की सापेक्ष उपस्थिति के कारण विभिन्न महीनों में क्रमिक स्तर पर मुद्रास्फीति का वितरण काफी भिन्न रहा है। हम जनवरी 2014 से जून 2023 की अवधि के दौरान कणीय डेटासेट<sup>2</sup> के सांख्यिकीय गुणों का विश्लेषण करने का प्रयास करते हैं।

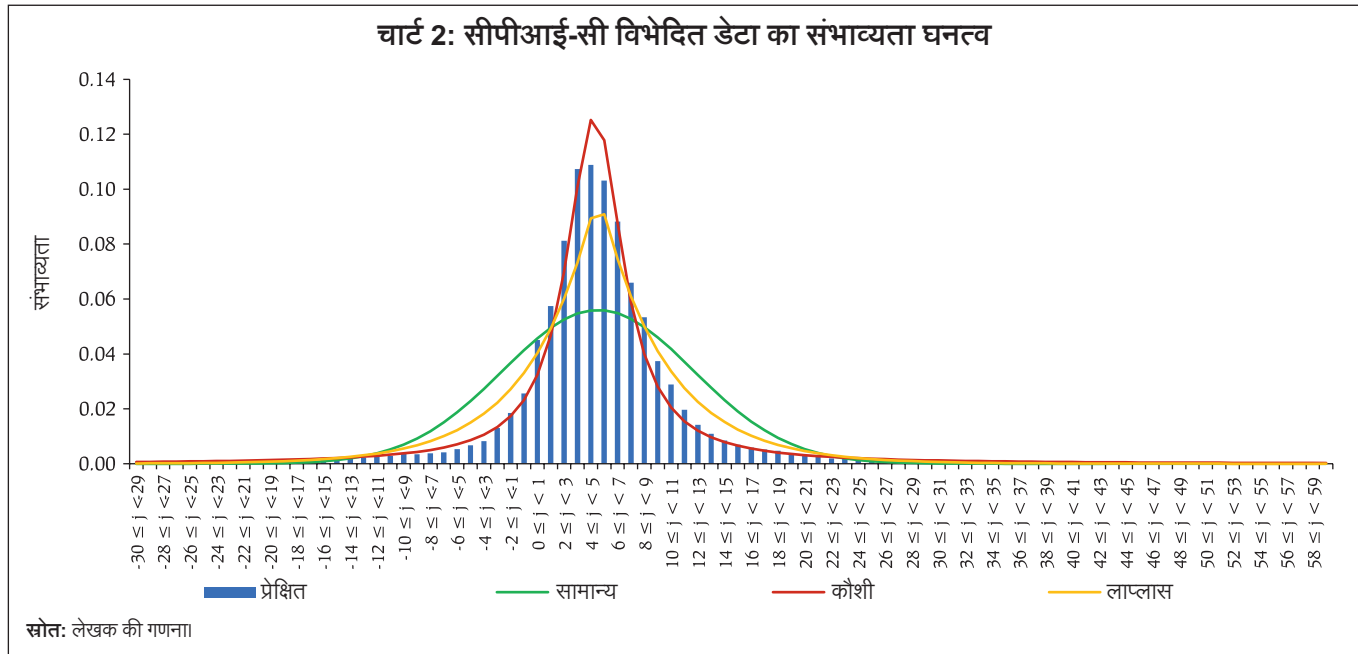
सीपीआई-सी के अलग-अलग डेटासेट में, प्रारंभ में, सामान्य (बेल कर्व)<sup>3</sup> की कुछ विशेषताएं दिखाई दे सकती हैं। हालाँकि,

डेटासेट बहुत लेप्टोकर्टिक अर्थात्, सामान्य से अधिक 15.856 पर कर्टोसिस के साथ उच्च शिखर वाला, पाया गया है। वितरण दृष्टिगत रूप से कमोबेश सममित प्रतीत होता है, हालाँकि इसमें 0.869 की हल्की सकारात्मक विषमता है। एक सर्वोत्तम समायोजित सामान्य वितरण, अर्थात्, एन (5.0430, 7.1185) भी प्लॉट किया गया है, जो केंद्रीय और चरम मूल्यों पर कम अनुमान के साथ खराब फिटिंग की प्रकृति को प्रदर्शित करता है, और बीच में अधिक अनुमान की भरपाई करता है (चार्ट 2)। अंतर्निहित लेप्टोकर्टिक डेटासेट में लगभग 2.5 प्रतिशत अवलोकनों के साथ फैटी टेल्स हैं, जिनमें से प्रत्येक अंतिम भागों में है, अर्थात्, बाईं टेल में मुद्रास्फीति -10 प्रतिशत से कम और दाईं टेल में 20 प्रतिशत से अधिक है, जो गंभीर आघातों को दर्शाता है (चार्ट 1)।

चूंकि सामान्य वितरण डेटासेट की विशेषताओं को समझाने में विफल रहता है, हम अन्य उपयुक्त सांख्यिकीय वितरणों का पता लगाते हैं और खोजते हैं, जो महत्वपूर्ण रूप से इस डेटासेट की प्रकृति की व्याख्या कर सकते हैं। यह देखा गया है कि कोई भी एकल सांख्यिकीय वितरण डेटासेट की पर्याप्त रूप से व्याख्या नहीं करता है। दो सर्वोत्तम-समायोजित वितरणों की पहचान कॉची ( $\mu = 4.7930$  और  $\sigma = 2.4758$ ) और लाप्लास

<sup>2</sup> अध्ययन में 22 बड़े राज्यों/केंद्र शासित प्रदेशों पर विचार किया गया है, जिनका सीपीआई-सी बास्केट में व्यक्तिगत भार 0.25 प्रतिशत से अधिक है। ये राज्य सामूहिक रूप से सीपीआई-सी बास्केट के 98.30 प्रतिशत को कवर करते हैं और छोटे राज्यों की तुलना में इनमें कणीयता का स्तर अधिक है।

<sup>3</sup> अलग-अलग और समग्र मुद्रास्फीति डेटा की संभाव्यता घनत्व फलन अलग-अलग होगी, हालाँकि इन दो डेटासेट से प्राप्त केंद्रीय प्रवृत्ति तुलनीय होगी। हालाँकि, डेटा के अन्य सांख्यिकीय क्षण (जैसे, मानक विचलन, विषमता और कुरटोसिस) काफी भिन्न हो सकते हैं। उदाहरण के लिए, कणीय डेटा का मानक विचलन समग्र डेटा की तुलना में अधिक होगा।



( $\mu = 5.0430$  और  $\lambda = 0.1987$ ) के रूप में की गई, हालांकि वे भी डेटासेट में उचित रूप से फिट नहीं होते ( चार्ट 2 और सारणी 1)।

यह उल्लेख किया जा सकता है कि कणीय स्तर का डेटासेट विभिन्न क्षेत्रों (ग्रामीण/शहरी) और राज्यों/केंद्र शासित प्रदेशों के विभिन्न उत्पाद/उप-उत्पाद समूहों से बना है, जिससे व्यापक विविधता उत्पन्न होती है। उत्पाद श्रेणियों के आधार पर डेटासेट के उप-सेट की फिटिंग, क्षेत्रों और राज्यों/केंद्रशासित प्रदेशों की तुलना में अधिक विविधता होने से, कुछ उत्पादों के लिए अधिक सटीक मॉडलिंग का संकेत मिलता है। इसके अलावा, हम इन उपसमूहों के वर्णनात्मक आँकड़ों में बड़ी भिन्नताएँ देखते हैं।

उदाहरण के लिए, 'कपड़ा और जूते' की मुद्रास्फीति बेल कर्व (सामान्य) के सबसे करीब दिखाई दी; समय के साथ 'आवास' की मुद्रास्फीति एक सीमित दायरे (संकीर्ण दायरे) में रही ( अनुलग्नक - चार्ट ए1 और सारणी ए1)।

यदि कोई एकल वितरण अंतर्निहित डेटासेट को उचित रूप से समायोजित करने में विफल रहता है, तो विभिन्न अध्ययनों ने मिश्रण वितरण के उपयोग का पता लगाया और प्रदर्शित किया है, जिसमें डेटासेट की विशेषताओं को अधिक उचित रूप से पहचान करने की क्षमता है। इन मिश्रण वितरणों का निर्माण किसी सीमा, यादृच्छिक चर के एक विशेष मान की पहचान के साथ या उसके बिना किया जा सकता है। सीमा दृष्टिकोण डेटासेट को दो भागों में विभाजित करता है, और इन भागों को अलग-अलग सांख्यिकीय वितरणों का उपयोग करके अलग-अलग मॉडल किया जाता है।

दो वितरणों को एक सीमा के साथ मिलाने के लिए कई अध्ययन जैसे, कूरे और आनंद (2005) और स्कूलनिक (2007) ने लॉगनॉर्मल-पेरेटो मॉडल का उपयोग किया; सियमारा (2006) और स्कूलनिक और सन (2012) ने वेइबुल-पेरेटो मॉडल को अपनाया; नादराजा और बकर (2014) ने लॉगनॉर्मल-बर्ब मॉडल का सुझाव दिया। अन्य दृष्टिकोण बिना किसी सीमा के संपूर्ण वितरण में दो सांख्यिकीय वितरणों के मिश्रण का सुझाव देते हैं, लेकिन इसमें निश्चित या गतिशील भार (मिश्रण पैरामीटर) हो

**सारणी 1: उपयुक्त सांख्यिकीय वितरण के माध्यम से सीपीआई-सी विभेदित डेटासेट का समायोजन**

वितरण का नाम	अनुमानित पैरामीटर	(कोलमोगोरोव - स्मिरनोव परीक्षण (5 प्रतिशत पर महत्वपूर्ण मान = 0.01944)	महत्व के 5 प्रतिशत स्तर पर अस्वीकृति
सामान्य	$\mu = 5.0430$ $\sigma = 7.1185$	केएस सांख्यिकी = 0.12413	हाँ
कौशी	$\mu = 4.7930$ $\sigma = 2.4758$	केएस सांख्यिकी = 0.03687	हाँ
लाप्लास	$\mu = 5.0430$ $\lambda = 0.1987$	केएस सांख्यिकी = 0.06548	हाँ

स्रोत: लेखक की गणना.

सकते हैं। फ्रिगेसी एवं अन्य (2002) ने सीमा का अनुमान लगाए बिना गैर-पर्यवेक्षित टेल अनुमान के लिए एक गतिशील मिश्रण मॉडल का प्रदर्शन किया। इस अध्ययन में वेइबुल-पेरेटो जोड़ी का उपयोग किया गया, जिसने वितरण के बाएं हिस्से में वेइबुल को एक से शुरू करके अधिक वजन दिया, जो धीरे-धीरे कम होता गया और वितरण के दाहिने हिस्से में शून्य हो गया। इन सभी अध्ययनों ने एक ही डेटासेट का प्रदर्शन किया, अर्थात् डेनिश फायर लॉस डेटा, एक प्रसिद्ध बीमा डेटासेट जो अपनी भारी दाहिनी टेल के लिए जाना जाता है।

उपरोक्त डेटासेट के विपरीत, जिसमें केवल एक संभावित भारी टेल लॉस है, क्योंकि मान शून्य पर सीमित हैं, अंतर्निहित मुद्रास्फीति डेटासेट में दो स्पष्ट टेल हैं, जो कि महीनों के दौरान काफी भिन्न हैं। हमने 4 प्रतिशत की सीमा के रूप में मुद्रास्फीति के साथ डेटा को दो भागों में विभाजित किया है। डेटासेट के इन दो हिस्सों को अलग-अलग मॉडल किया गया है। हालाँकि, हम मॉडलिंग से पहले डेटा को नीचे बताए अनुसार रूपांतरित करते हैं:

मान लीजिए कि  $\{x_L\}$  और  $\{x_R\}$  मुद्रास्फीति के प्रारंभिक कणीय डेटासेट के डेटा बिंदु हैं जो क्रमशः अलग-अलग सीमा  $(-\infty$  से 4 प्रतिशत) और  $[4$  प्रतिशत से  $\infty)$  को कवर करते हैं। हम परिभाषित करते हैं:

$$X_L = 4 - X \text{ for } X < 4,$$

$$X_R = X - 4 \text{ for } X \geq 4 \quad \text{समीकरण (II.1)}$$

$x_L$  और  $x_R$  दोनों की सीमा अब 0 से  $\infty$  तक है।

अब हम डेटा को समायोजित करते हैं और इस बात की पहचान करते हैं कि 3-पैरामीटर बर् वितरण और 3-पैरामीटर डेगम<sup>4</sup> दो वितरण हैं, जो दोनों भागों के लिए डेटा की विशेषताओं को उचित रूप से व्याख्या कर सकते हैं। हम अपने मामले में बर् वितरण का उपयोग करते हैं, और बाकी विश्लेषण बर् के आसपास केंद्रित है। बर् वितरण एक बहुमुखी वितरण है और इसे कई बीमा डेटासेट के लिए उपयुक्त पाया गया है। शास्त्री और सिन्हा (2010) ने डेनिश अग्नि हानि डेटा का वर्णन करने के लिए 4-पैरामीटर बर् वितरण का उपयोग किया और इसे इस खंड में पहले वर्णित डेटासेट के

<sup>4</sup> डेगम वितरण बर् वितरण का व्युत्क्रम है, जिसका उपयोग भारी टेल वाले वितरणों को समायोजित करने के लिए किया जाता है।

लिए कुछ अध्ययनों के लिए प्रस्तावित कई मिश्रण वितरणों के लिए प्रतिस्पर्धी पाया गया है।

3-पैरामीटर बर् वितरण की संभाव्यता घनत्व फलन (पीडीएफ) को इस प्रकार परिभाषित किया गया है:

$$f(x) = \frac{\alpha k \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1}}{\beta \left[1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right]^{k+1}} \quad \text{समीकरण (II.2)}$$

जहां,  $k (>0)$  और  $\alpha (>0)$  क्रमशः पहले और दूसरे आकार के पैरामीटर हैं;  $\beta (>0)$  स्केल पैरामीटर है।

3-पैरामीटर बर् वितरण के वितरण फलन (डीएफ) को इस प्रकार परिभाषित किया गया है:

$$F(x) = 1 - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right]^k} \quad \text{समीकरण (II.3)}$$

वितरण के प्रत्येक भाग के वर्णनात्मक आँकड़े (डीएस) बर् (सारणी 2) द्वारा प्रेक्षित डेटा और समायोजन की समानता को इंगित करते हैं।

मिश्रण वितरण का उपयोग करके प्राप्त समायोजन एकल वितरण का उपयोग करने के प्रारंभिक दृष्टिकोण की तुलना में काफी सुधार का संकेत देता है। अब व्युत्पन्न चर ( $X_L$  और  $X_R$ ) को मूल चर ( $X$ ) में बदल दिया जाता है और मॉडल किए गए

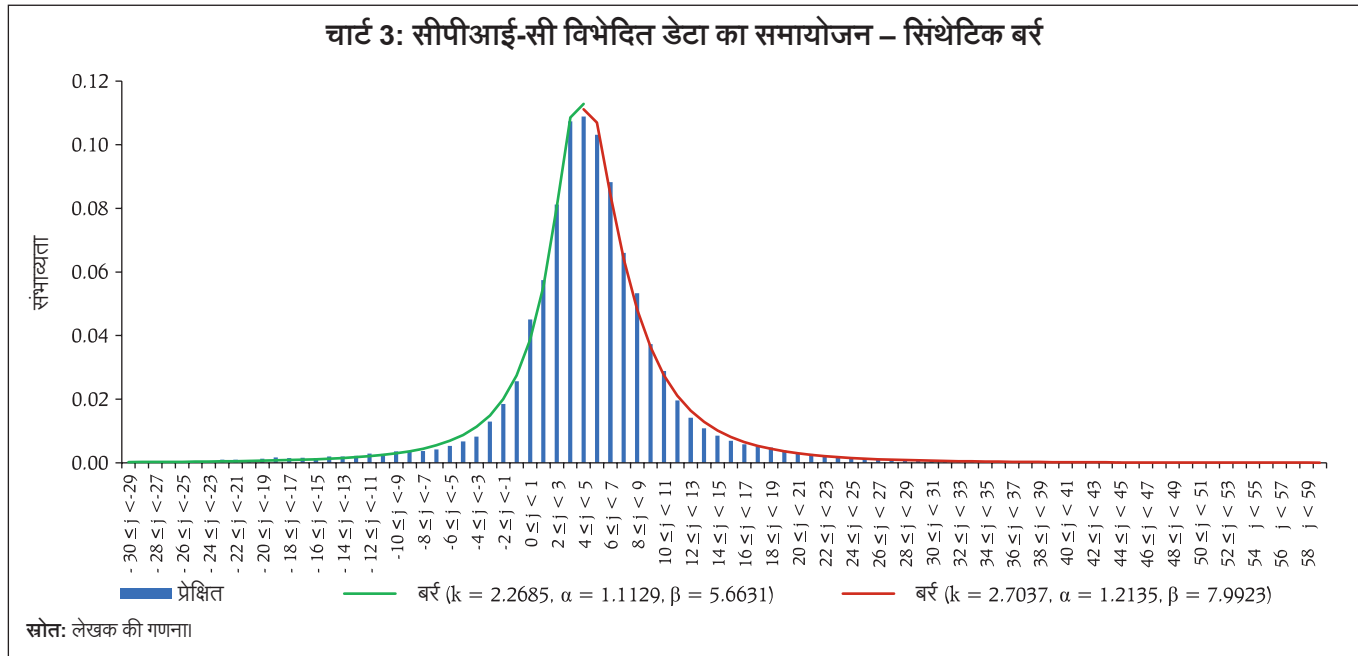
**सारणी 2: वितरण के दो भागों के वर्णनात्मक आँकड़े**

डी एस	बायां भाग ( $x_L$ )	दायां भाग ( $x_R$ )
पूर्ण डेटा में भारिता	0.41015	0.58985
माध्य	4.0977 (X के लिए -0.0977)	4.6112 (X के लिए 8.6112)
रेंज	0 से 46.90 (X के लिए -42.90 से +4.00)	0 to 89.19 (X के लिए +4 से +93.19)
एसडी	5.4349	5.8530
विषमता	2.7690	4.1868
कुरटोसिस	11.933	31.462

**बर् वितरण का समायोजन**

मापदंड	$k = 2.2685$ $\alpha = 1.1129$ $\beta = 5.6631$	$k = 2.7037$ $\alpha = 1.2135$ $\beta = 7.9923$
केएस सांख्यिकी (5 प्रतिशत पर महत्वपूर्ण मान)	0.01839 (0.02611)	0.01381 (0.02384)

स्रोत: लेखक की गणना.



संभाव्यता घनत्व फलनों को उनके संबंधित भार में समानुपाती किया जाता है तथा एक साथ मिला दिया जाता है। इस तरह, बर् (2.2685, 1.1129, 5.6631) और बर् (2.7037, 1.2135, 7.9923) की सिंथेटिक जोड़ी से प्राप्त एकल पीडीएफ उचित भरिता<sup>5</sup> के साथ एकल बनाता है और डेटा को बहुत बेहतर तरीके से समझाता है (चार्ट 3)।

यदि कोई एकल वितरण, चाहे स्टैंडअलोन आधार पर या वितरणों के मिश्रण के माध्यम से प्राप्त किया गया हो, अंतिम टेलों की विशेषताओं को पर्याप्त रूप से और सटीक रूप से पहचानने में विफल रहता है, इसलिये अंतिम टेलों में संभावनाओं का इसका अनुमान न तो विश्वसनीय है और न ही प्रयोग करने योग्य है, क्योंकि यह कम या निरंतर बहुत अधिक अनुमान हो सकता है। ऐसे मामलों में, वैकल्पिक समाधान अंतिम टेलों को विशेष रूप से एक्सट्रीम वैल्यू थ्योरी (ईवीटी) टूल के माध्यम से मॉडल करना है। वर्तमान मामले में, सिंथेटिक बर् टेल सहित पूरे वक्र में अच्छी तरह से समायोजित होता प्रतीत होता है (चार्ट 3)। हम इसकी सांख्यिकीय रूप से जांच करते हैं और पता लगाते हैं कि क्या ईवीटी टूल्स इस संदर्भ में इसके महत्व को बढ़ाने वाला होगा।

<sup>5</sup> बाएँ और दाएँ टेल की उचित भारिता लगभग 0.41 और 0.59 (सारणी 2) पर देखे गए डेटा से प्राप्त होता है।

मुद्रास्फीति की दाहिनी टेल में, उच्च सीमा से ऊपर के आधिक्य के वितरण को इस प्रकार परिभाषित किया गया है:

$$F_u(x_R) = P[X_R \leq x_R] = P[X_R \leq x - u \mid X > u],$$

समीकरण (II.4)

जहां  $x_{\max}$  सबसे बड़ा प्रेक्षण है।

आधिक्यों का वितरण इस संभावना को दर्शाता है कि मुद्रास्फीति (X) सीमा मुद्रास्फीति u से अधिक से अधिक  $x_R$  राशि से अधिक है, जहां,  $x_R = x - u$ , जिसमें यह सूचना दी गई है कि X, सीमा u से अधिक है। अंतर्निहित फलन के संदर्भ में, यह नीचे वर्णित जैसा है:

$$F_u(x_R) = \frac{F(x_R + u) - F(u)}{1 - F(u)}$$

समीकरण (II.5)

फलन,  $F_u(x_R)$  और  $F(x_R + u)$ , क्रमशः सशर्त और बिना शर्त वितरण फलन हैं। फलन  $F(x_R + u)$   $F(x)$  के समतुल्य है, क्योंकि  $x_R = x - u$ ।  $F(u)$ , “u” सीमा पर संचयी संभाव्यता है। अंतर्निहित वितरण फलन में एक अनंत सही समापन बिंदु हो सकता है, अर्थात्, यह बहुत कम संभावना के साथ मनमाने ढंग से बहुत बड़े मुद्रास्फीति मान की संभावना की अनुमति देता है।



इसी प्रकार, मुद्रास्फीति की बाईं टेल में निचली सीमा  $u$  पर कमी का वितरण इस प्रकार परिभाषित किया गया है:

$$F_u(x_L) = P[X_L \leq x_L] = P[u - X \leq x_L | X < u],$$

for  $0 \leq x_L < u - x_{\min}$  समीकरण (II.6)

जहां,  $x_{\min}$  सबसे छोटा अवलोकन है।

कमी का वितरण इस संभावना को दर्शाता है कि मुद्रास्फीति ( $X$ ) अधिकतम  $X_L$  राशि से सीमा मुद्रास्फीति  $u$  से कम हो जाती है जहां,  $x_L = u - x$ , जिसमें  $X$ , सीमा  $u$  से कम है। अंतर्निहित फलन के संदर्भ में, यह नीचे वर्णित जैसा है:

$$F_u(x_L) = \frac{F(u) - F(u - x_L)}{F(u)} \quad \text{समीकरण (II.7)}$$

ईवीटी अनिवार्य रूप से अंतिम छोर पर डेटासेट के बड़े/छोटे कुछ अवलोकनों पर विचार करता है, न कि संपूर्ण डेटासेट पर। ईवीटी सशर्त संभावनाओं से संबंधित है, उदाहरण के लिए, मुद्रास्फीति के 25 प्रतिशत से अधिक होने की संभावना क्या है, जहाँ यह दिया है कि यह 10 प्रतिशत से अधिक हो। ईवीटी के साथ चुनौती सीमा स्तर का निर्धारण करना है। आदर्श रूप से, एक उच्च सीमा को प्राथमिकता दी जानी चाहिए। हालाँकि, जैसे-जैसे सीमा बढ़ती है, मॉडलर के पास संभाव्यता अनुमानों की विश्वसनीयता पर बहस योग्य मुद्दे उठाने वाली टिप्पणियों की बहुत कम संख्या रह जाती है। तदनुसार, सीमा का एक इष्टतम स्तर होना चाहिए। सांख्यिकीय रूप से सीमा निर्धारित करने के लिए कुछ मानक तकनीकें हैं। ऐसी ही एक तकनीक 'माध्य आधिक्य फलन' की प्लॉटिंग की है। इसका वर्णन नीचे दिया गया है:

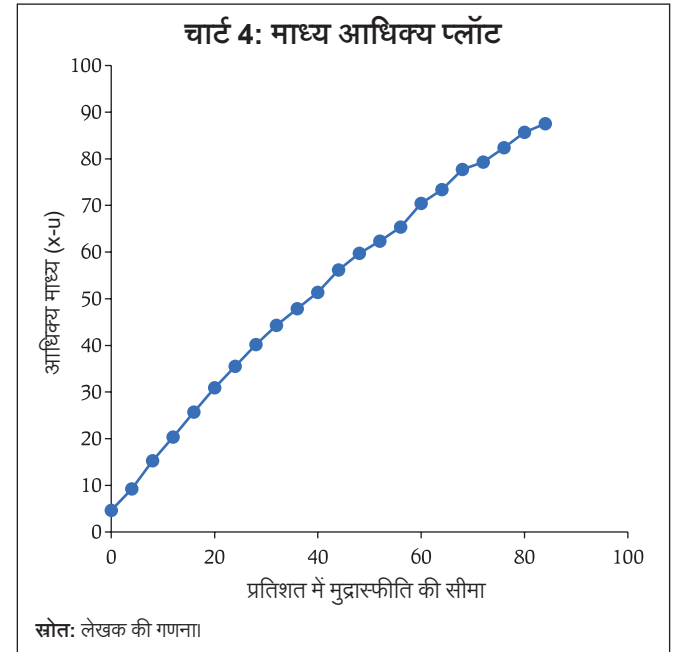
यदि  $u$  सीमा है, तो औसत अतिरिक्त फलन  $e(u)$  का अनुमान सीमा  $u$  पर आधिक्य (या वितरण की बाईं टेल के मामले में कमी) के योग से लगाया जा सकता है, जिसे सीमा  $u$  से अधिक डेटा बिंदुओं की संख्या से विभाजित किया जाता है। दूसरे शब्दों में, माध्य अतिरिक्त फलन एक सीमा के अपेक्षित ओवरशूट को इंगित करता है, यह देखते हुए कि यह सीमा से अधिक है।

दाएँ टेल के लिए, माध्य आधिक्य फलन का ऊपर की ओर रुझान डेटा के हेवी-टेल्ड व्यवहार का संकेत दे सकता है; एक क्षैतिज रेखा तेजी से वितरित डेटा का संकेत दे सकती है, और नीचे की ओर प्रवृत्ति एक छोटी टेल वाली डेटा का संकेत दे सकती है। अनुभवजन्य माध्य आधिक्य फलन की ऊर्ध्वगामी

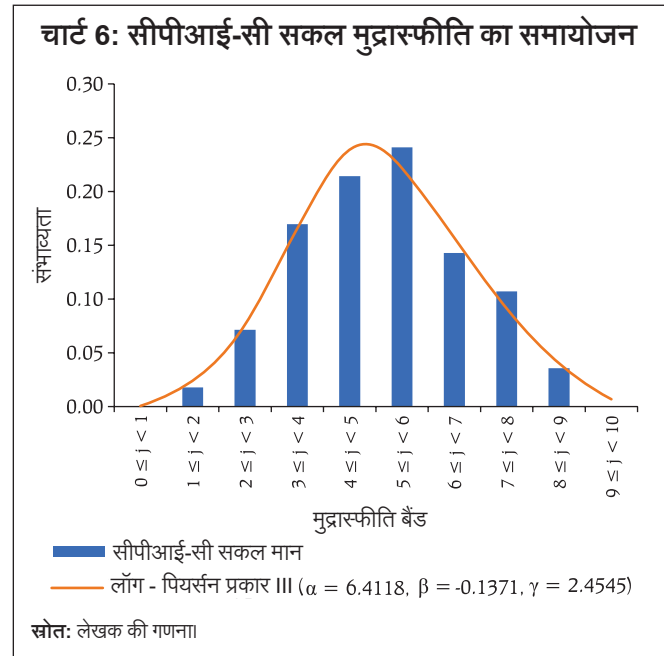
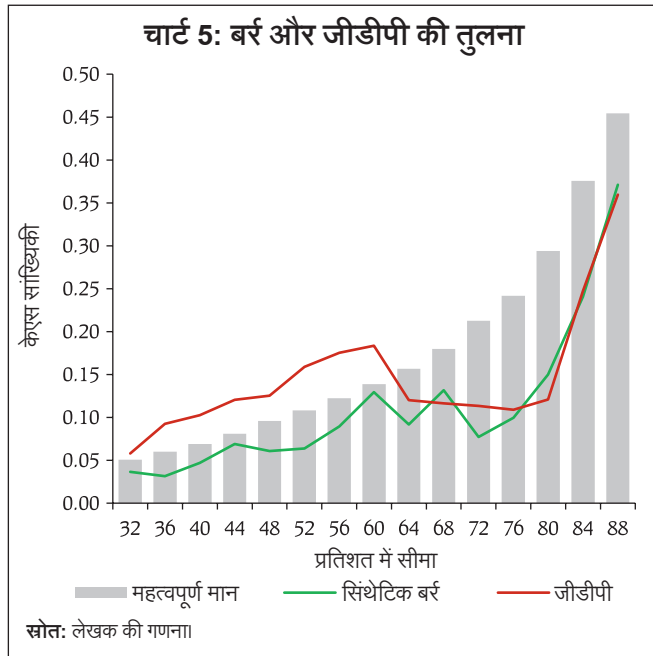
प्रवृत्ति, विशेष रूप से, एक धनात्मक ढाल (ऊपर की ओर ढाल) सीधी रेखा (मैकनील, 1997) होने की स्थिति में अंतर्निहित डेटा जीपीडी का अनुसरण कर सकता है। हमारे संदर्भ में, डेटा का माध्य आधिक्य प्लॉट (चार्ट 4) एक स्पष्ट रूप से ऊर्ध्वगामी रेखा है जो विभिन्न संभावित सीमा बिंदुओं पर सामान्यीकृत पारेतो वितरण (जीपीडी) के लिए उपयुक्तता प्रदर्शित करती है।

माध्य आधिक्य के प्लॉट का निरीक्षण करके एक सीमा चुनी जाती है। तदनुसार, हमारे डेटासेट<sup>6</sup> के लिए माध्य आधिक्य फलन की गणना की जाती है। यह देखा गया है कि माध्य आधिक्य फलन कमोबेश रैखिकता बनाए रखता है और पूरे बोर्ड में विचलन नहीं करता है। यह इंगित करता है कि जीपीडी महत्वपूर्ण रूप से आधिक्य को समायोजित करने के लिए एक उपयुक्त विकल्प हो सकता है (चार्ट 4)।

हम अपने संदर्भ में जीपीडी की उपयुक्तता का पता लगाते हैं और उसकी जांच करते हैं तथा इसकी तुलना हमारे समायोजित सिंथेटिक बर् वितरण से भी करते हैं। हमने पाया कि जीपीडी, सिंथेटिक बर् से कमतर है, जो कई सीमाओं (विशेष रूप से कम



<sup>6</sup> हम उत्पादों/उप-उत्पादों के विविध और उचित भारिता को दर्शाने के लिए अपने संदर्भ में अवलोकनों की संभाव्यता भारित गणना का उपयोग करते हैं। यह कई अन्य अध्ययनों के विपरीत है, जिसमें माध्य आधिक्य फलन प्राप्त करने के लिए सरल गणना की जाती है, जो कि कई अध्ययनों द्वारा प्रदर्शित डेनिश अग्नि हानि डेटासेट जैसे हानि वितरण में सार्थक है।



$\mu$  मान पर) पर खराब समायोजित है और जिसका केएस सांख्यिकी मान उच्च है। ऐसा प्रतीत होता है कि जीपीडी सीमा में वृद्धि के साथ सुधार करता है और बर् के साथ अभिसरण करता है, हालांकि इससे बेहतर प्रदर्शन नहीं होता है। हम इसे डेटा के दाहिने हिस्से के लिए प्रदर्शित करते हैं ( चार्ट 5 )।

अब हम समग्र आंकड़ों में मुद्रास्फीति के वितरण की ओर बढ़ते हैं। जैसा कि हमने पहले देखा ( चार्ट 1 ) कि सीपीआई-सी आधारित समग्र मुद्रास्फीति के वितरण में कणीय स्तर के मुद्रास्फीति वितरण की तुलना में बहुत छोटी टेल होती है। वितरण लगभग सममित और प्लैटीक्यूरिक (सामान्य से कम शिखर) पाया

गया है। लॉग-पियर्सन टाइप III वितरण को समग्र स्तर मुद्रास्फीति डेटा ( सारणी 3 और चार्ट 6 ) का निकटतम प्रतिनिधित्व माना जाता है।

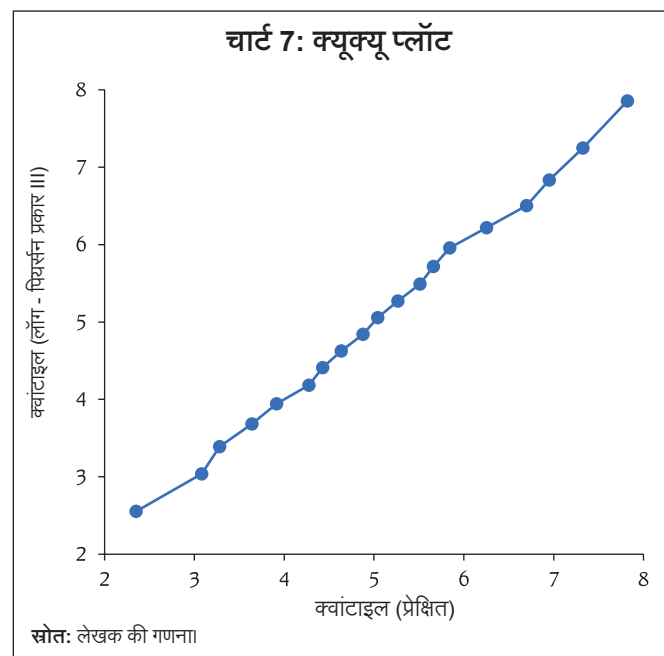
क्वांटाइल-क्वांटाइल (क्यूक्यू) प्लॉट सीपीआई-सी हेडलाइन वितरण ( चार्ट 7 ) के लिए 3-पैरामीटर लॉग-पियर्सन टाइप III वितरण की उपयुक्तता को उजागर करने वाली एक सीधी रेखा प्रदर्शित करता है।

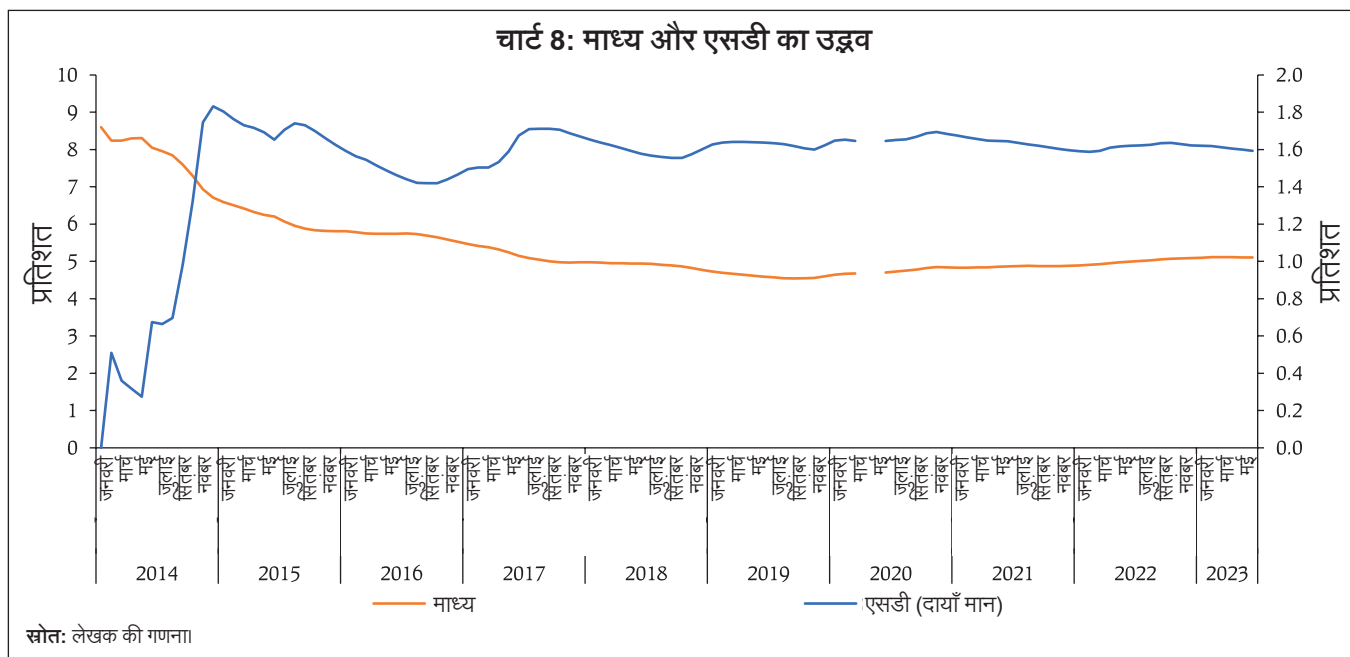
**सारणी 3: सीपीआई-सी समग्र मुद्रास्फीति की वर्णनात्मक सांख्यिकी और उसका समायोजन**

डी एस	अनुमान	समायोजन
नमूना आकार (एन)	112	3-पैरामीटर लॉग - पियर्सन प्रकार III $\alpha = 6.4118$ $\beta = -0.1371$ $\gamma = 2.4545$ केएस सांख्यिकी = 0.03671 (5% पर महत्वपूर्ण मान = 0.12832))
माध्य	5.1039	
रेंज	7.14 (1.46 से 8.60)	
एसडी	1.5925	
विषमता	0.0653	
कुरटोसिस	2.4621	

नोट: डेटा अवधि जनवरी 2014 से जून 2023 तक है। अप्रैल 2020 और मई 2020 के डेटा शामिल नहीं हैं, जिन्हें बाद में सांख्यिकी और कार्यक्रम कार्यान्वयन मंत्रालय द्वारा जारी और प्रकाशित किया गया था।

स्रोत: लेखक की गणना।





हम सीपीआई-सी समग्र डेटा के लिए प्रत्येक वृद्धिशील डेटा बिंदु के आने के साथ मुद्रास्फीति वितरण के विकास का भी विश्लेषण करते हैं।<sup>7</sup>

### मुद्रास्फीति के सांख्यिकीय क्षणों का विकास और स्थिरीकरण (जनवरी 2014 से जून 2023)

माध्य मुद्रास्फीति<sup>8</sup> में कमोबेश लगातार गिरावट देखी गई, जो 4.54 प्रतिशत के निचले स्तर को छू गई, जो बाद की अवधि में धीरे-धीरे बढ़कर जून 2023 में 5.10 प्रतिशत हो गई। मानक विचलन (वितरण का एसडी) लगभग 1.6 प्रतिशत (चार्ट 8) पर स्थिर होता दिख रहा है।

वितरण की विषमता हाल के वर्षों में धीरे-धीरे शून्य-स्तर की ओर दिखा है, जिससे एक सममित वितरण हुआ। फरवरी 2020 में, कोविड के उभरने से ठीक पहले, वितरण फिर से प्लैटिकर्टिक

(सामान्य से कम चरम पर) हो गया, जो दिसंबर 2017 से जनवरी 2020 तक लेप्टोकर्टिक (सामान्य से अधिक चरम पर) रहा। 2014 के दौरान छोटा नमूना आकार होने के कारण विषमता और कुरटोसिस के अस्थिर मान दिखे हैं। इसके अलावा, वर्तमान नमूना आकार (चार्ट 9) को देखते हुए ये सटीक रूप से एकत्रित नहीं होते प्रतीत होते हैं।

अब, हम निम्नलिखित खंड में मुद्रास्फीति प्रत्याशाओं के सांख्यिकीय गुणों का पता लगाते हैं, जो रिजर्व बैंक द्वारा आयोजित परिवारों की मुद्रास्फीति प्रत्याशा सर्वेक्षण (आईईएसएच) से प्राप्त किया गया है। मुद्रास्फीति की प्रत्याशाओं/पूर्वानुमानों के अन्य स्रोत हैं जैसे व्यावसायिक पूर्वानुमान सर्वेक्षण (एसपीएफ), जो रिजर्व बैंक द्वारा ही संचालित किया जाता है। हम वर्तमान संदर्भ में विश्लेषण को आईईएसएच तक सीमित रखते हैं, जैसा कि परिचयात्मक खंड में बताया गया है।

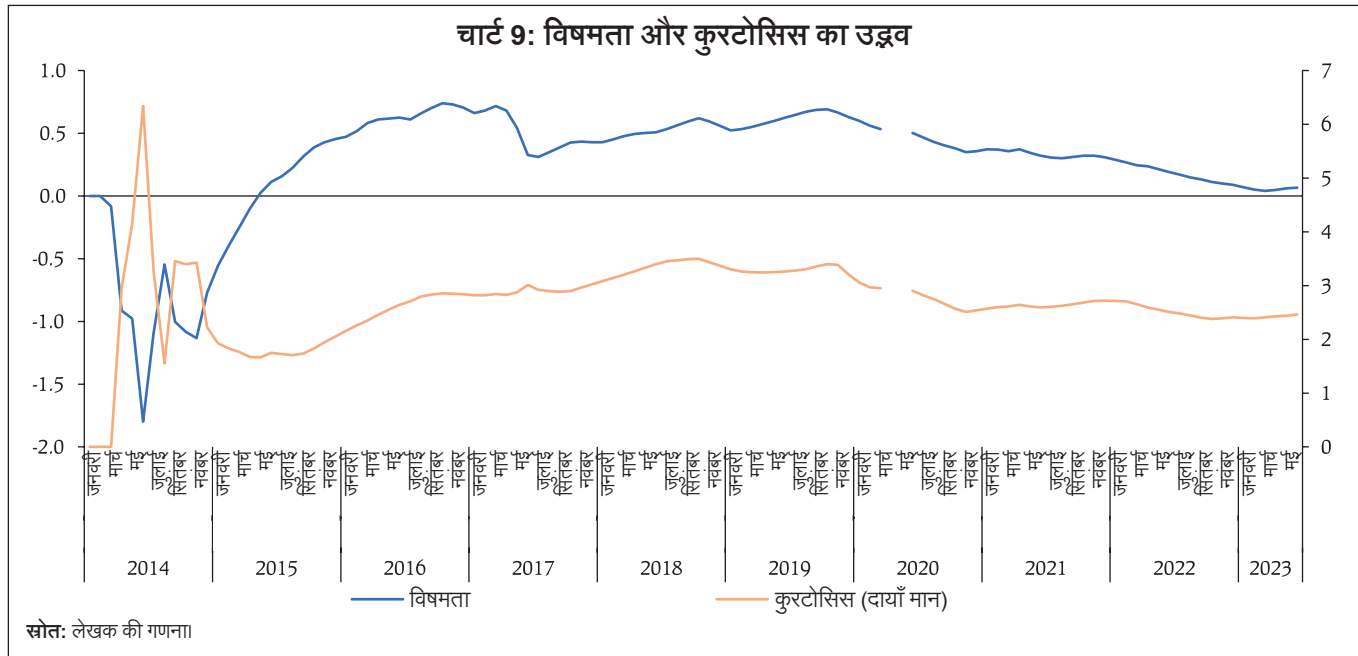
### III. मुद्रास्फीति प्रत्याशा डेटासेट की सांख्यिकीय विशेषताएँ

परिवारों की मुद्रास्फीति प्रत्याशाओं का सर्वेक्षण एक द्विमासिक सर्वेक्षण है, जिसमें शहरी क्षेत्रों के चुनिंदा शहरों में लगभग 6,000 परिवारों से मुद्रास्फीति पर गुणात्मक और मात्रात्मक प्रत्याशाएँ मांगी जाती हैं। यहां, हम केवल परिवारों की

<sup>7</sup> अध्ययन (सिन्हा, 2023) में सीपीआई-सी आधारित मुद्रास्फीति के कणीय -स्तर के डेटा के विकास और स्थिरीकरण पर चर्चा की गई, जिसमें अर्ध-वार्षिक डेटा के अतिरिक्त पूर्व-कोविड और पोस्ट-कोविड अवधि को शामिल किया गया। अध्ययन में पाया गया कि कोविड के बाद की अवधि में वितरण में लगातार सही दिशा में बदलाव हो रहा है।

<sup>8</sup> एक महीने (t) के लिए माध्य मुद्रास्फीति जनवरी 2014 से शुरू होकर (t) महीने तक मुद्रास्फीति का एक साधारण औसत है।





मात्रात्मक मुद्रास्फीति प्रत्याशाओं का विश्लेषण करते हैं, जो परिवारों से तीन समय बिंदुओं के लिए ली जाती हैं - वर्तमान अवधि, 3 महीने आगे की अवधि और 12 महीने आगे की अवधि। हम आईईएसएच के लिए मार्च 2014 (दौर 35) से मई 2023 (दौर 71बी) तक के डेटासेट पर विचार करते हैं, जिसमें चार त्रैमासिक सर्वेक्षणों के अलावा हर साल किए गए दो द्विमासिक सर्वेक्षण शामिल हैं। वेब पर सारांश (समग्र) डेटा जारी करने के अलावा, मुद्रास्फीति की प्रत्याशाओं पर कणीय (यूनिट) स्तर का डेटा भी रिजर्व बैंक द्वारा जारी किया जाता है। तदनुसार, हम दोनों डेटासेट का विश्लेषण करते हैं, जैसा कि पिछले खंड में सीपीआई-सी आधारित मुद्रास्फीति के लिए किया गया था।

आमतौर पर परिवार वास्तविक मुद्रास्फीति की तुलना में अधिक मुद्रास्फीति की रिपोर्ट करते हैं। इसके अलावा, वर्तमान मुद्रास्फीति ( सारणी 4) की तुलना में 3 महीने आगे और 12 महीने आगे तक उच्च मुद्रास्फीति की रिपोर्ट करने की प्रवृत्ति है। हम देखते हैं कि 4-पैरामीटर बर् वितरण आईईएसएच इकाई-स्तरीय डेटा की उचित रूप से व्याख्या करता है। पिछले खंड में, हमने देखा कि दो 3-पैरामीटर बर् वितरणों का मिश्रण सीपीआई-

सी कणीय मुद्रास्फीति के वितरण की व्याख्या अच्छी तरह से करता है। आईईएसएच कणीय डेटासेट से, हम देखते हैं कि मुद्रास्फीति को अखंडित संख्या में रिपोर्ट करने के लिए परिवारों की प्राथमिकता रही है। यह प्राथमिकता अखंडित संख्याओं पर आवृत्तियों के समूहन की ओर ले जाती है और वितरण को

**सारणी 4: वर्णनात्मक सांख्यिकी और आईईएसएच कणीय डेटा का समायोजन**

डी एस	डेटासेट		
	वर्तमान अवधि	3 महीने आगे	12 महीने आगे
माध्य	11.765	13.150	13.849
माध्यिका	8.50	9.50	10.50
रेंज	99.50 (0.50 से 100.00)	98.50 (0.50 से 99.0)	99.50 (0.50 से 100.0)
एसडी	11.241	12.689	14.131
विषमता	3.1441	2.9822	2.7168
कुरटोसिस	15.916	14.001	12.163
समायोजन	<b>4-पैरामीटर बर्</b> $k = 0.2894$ $\alpha = 8.0122$ $\beta = 9.8506$ $\gamma = -4.7867$ 4.7867केएस सांख्यिकी = 0.09987 (5% पर महत्वपूर्ण मान = 0.13675)	<b>4-पैरामीटर बर्</b> $k = 0.3447$ $\alpha = 6.3927$ $\beta = 10.1440$ $\gamma = -4.2926$ 4.2926KS सांख्यिकी = 0.07008 (5% पर महत्वपूर्ण मान = 0.13446)	<b>4-पैरामीटर बर्</b> $k = 0.9789$ $\alpha = 2.4867$ $\beta = 11.8570$ $\gamma = -2.0122$ 2.0122KS सांख्यिकी = 0.08236 (5% पर महत्वपूर्ण मान = 0.13446)

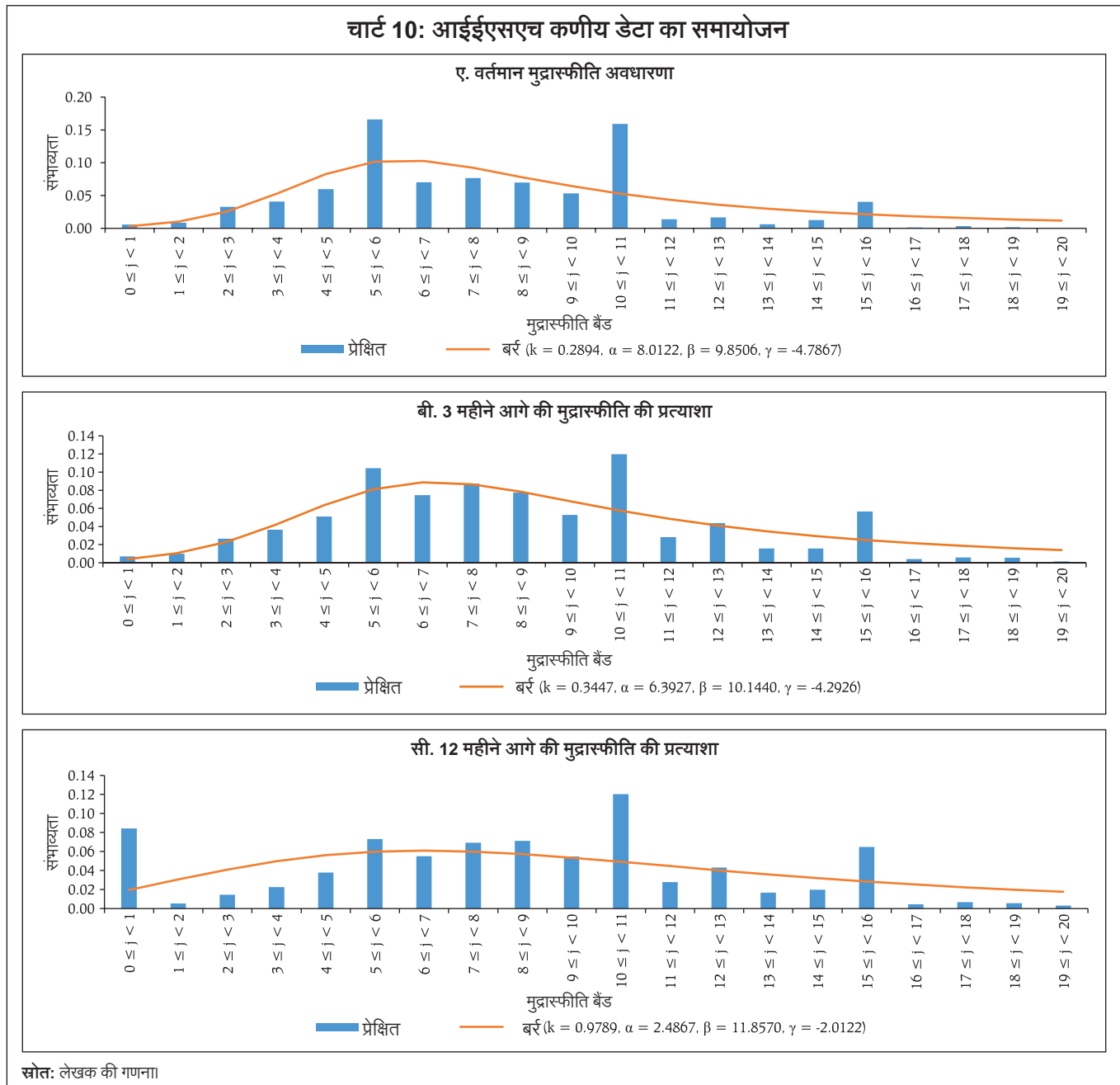
स्रोत: लेखक की गणना.

<sup>9</sup> सर्वेक्षण के लिए नए शहरों/केंद्रों के जोड़े जाने के कारण हाल के दिनों में सर्वेक्षण किए गए परिवारों की संख्या में वृद्धि हुई है।

विकृत कर देती है। इसके अलावा, सीपीआई-सी कणीय मुद्रास्फीति के विपरीत, आईईएसएच कणीय मुद्रास्फीति की प्रत्याशाओं में केवल एक टेल अर्थात दाहिनी टेल होती है, क्योंकि सबसे कम बैंड (एक प्रतिशत से कम मुद्रास्फीति) अंतिम बाईं टेल का निर्माण नहीं करता है, हालांकि यह सैद्धांतिक रूप से असीमित है, उत्तरदाताओं द्वारा इसे शून्य से एक प्रतिशत के बीच माना जाने की संभावना है, जिसमें 12-महीने की मुद्रास्फीति

अपेक्षाओं के डेटासेट को छोड़कर, वास्तव में कम आवृत्ति शामिल प्रतीत होती है। वर्णनात्मक आँकड़े और वितरण का समायोजन क्रमशः सारणी 4 और चार्ट 10 में प्रदान किया गया है।

चार्ट 10 अखंडित संख्याओं के लिए उनकी प्राथमिकता के संबंध में उत्तरदाताओं की विशेषताओं को प्रदर्शित करता है, जैसा कि उल्लेख किया गया है, 5 के गुणकों में अखंडित संख्याओं के



साथ, अर्थात्, 5, 10, 15, 20..... इत्यादि। सभी तीन डेटासेटों (प्रत्येक वर्तमान मुद्रास्फीति, 3 महीने आगे की मुद्रास्फीति और 12 महीने आगे की मुद्रास्फीति) के लिए वितरण बहुत (धनात्मक) विषम और साथ ही बहुत लेप्टोकर्टिक पाया गया है। ऐसा प्रतीत होता है कि 4-पैरामीटर बर् 5 प्रतिशत पर समायोजन की सुलभता को पार कर जाता है, हालांकि, सर्वेक्षण दौर में जवाब देते समय अखंडित संख्या प्राथमिकताओं की अंतर्निहित प्रकृति के कारण मिश्रण वितरण के माध्यम से एक बेहतर समायोजन अभी भी संभव हो सकती है। हालांकि वर्तमान संदर्भ में इसका प्रयास नहीं किया गया है।

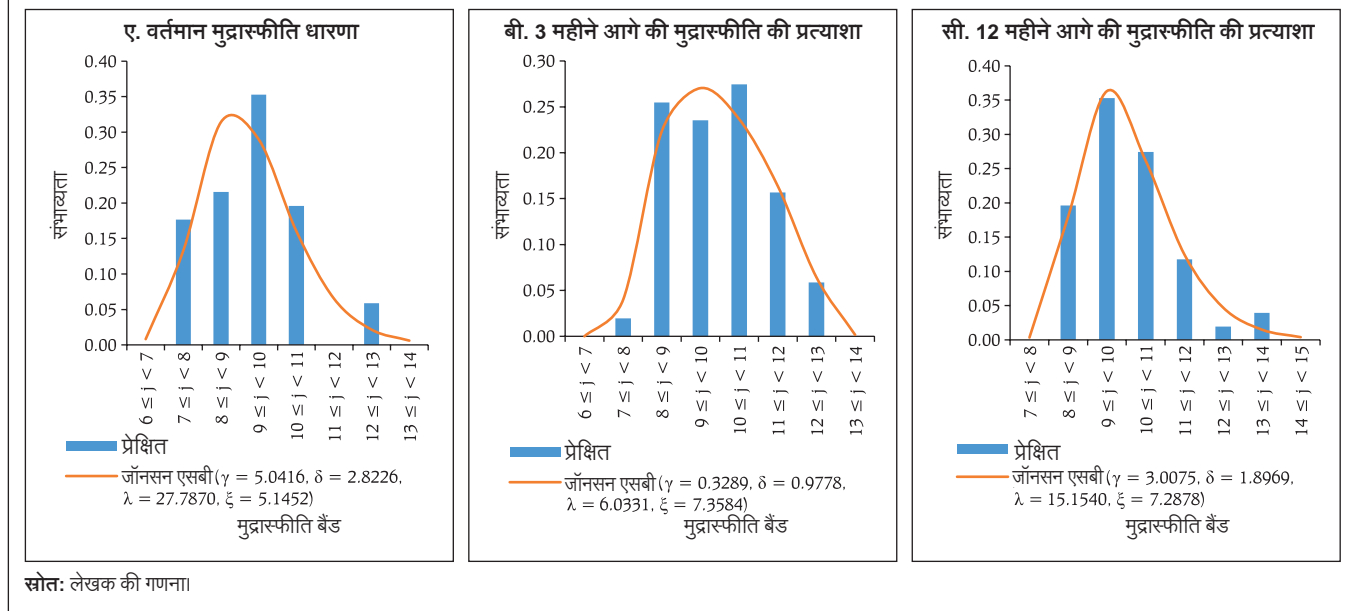
अब, हम आईईएसएच समग्र डेटा की समायोजन की ओर बढ़ते हैं। आईईएसएच डेटा के सारांश आँकड़े दो केंद्रीय प्रवृत्तियों (माध्य<sup>10</sup> और माध्यिका) के लिए जारी किए जाते हैं। हम देखते हैं कि 4-पैरामीटर जॉनसन एसबी वितरण<sup>11</sup> आईईएसएच की माध्य मुद्रास्फीति के वितरण को अच्छी तरह से ट्रैक करता है। वर्णनात्मक आँकड़े और समायोजन क्रमशः सारणी 5 और चार्ट 11 में प्रदर्शित किए गए हैं।

**सारणी 5: वर्णनात्मक सांख्यिकी और आईईएसएच समग्र डेटा का समायोजन (माध्य)**

डी एस	डेटासेट		
	वर्तमान अवधि	3 महीने आगे	12 महीने आगे
एन	51	51	51
माध्य	9.284	9.961	10.051
रेंज	5.40	4.80	5.20
	(7.30 से 12.70)	(7.90 से 12.70)	(8.30 से 13.50)
एसडी	1.246	1.258	1.171
विषमता	0.7234	0.2401	0.9043
कुरटोसिस	3.7781	2.2039	4.0463
समायोजन	<b>4-पैरामीटर जॉनसन एसबी</b> $\gamma = 5.0416$ $\delta = 2.8226$ $\lambda = 27.7870$ $\xi = 5.1452$ K-S सांख्यिकी = 0.08065	<b>4-पैरामीटर जॉनसन एसबी</b> $\gamma = 0.3289$ $\delta = 0.9778$ $\lambda = 6.0331$ $\xi = 7.3584$ K-S सांख्यिकी = 0.06640	<b>4-पैरामीटर जॉनसन एसबी</b> $\gamma = 3.0075$ $\delta = 1.8969$ $\lambda = 15.1540$ $\xi = 7.2878$ K-S सांख्यिकी = 0.08959
	5% पर महत्वपूर्ण मान = 0.18659 (सभी डेटासेट के लिए समान, क्योंकि ये समान नमूना आकार वाले असमूहीकृत डेटासेट हैं)		

स्रोत: लेखक की गणना.

**चार्ट 11: आईईएसएच सकल डेटासेट का समायोजन (अवधारणा और प्रत्याशा)**



<sup>10</sup> आईईएसएच का प्रकाशित माध्य विभिन्न समेकन और पद्धति गत समस्याओं के कारण कणीय स्तर की डेटा के आधार पर संकलित माध्य से मेल नहीं खा सकता है।

<sup>11</sup> जॉनसन सिस्टम बाउंडेड (एसबी) वितरण, बाउंडेड डेटा के लिए वक्रों की एक प्रणाली है, जिसे एक उपयुक्त परिवर्तन फलन के माध्यम से लगभग सामान्य वितरण में बदला जा सकता है। इसी प्रकार, जॉनसन सिस्टम अनबाउंडेड (एसयू) वितरण अनबाउंडेड डेटा के लिए वक्रों की एक प्रणाली है, जो सीपीआई-सी कणीय डेटासेट (अनुलम्बक सारणी ए 1) में चुनिंदा उत्पाद समूहों के लिए इस अध्ययन में उपयुक्त पाया गया है।

आईईएसएच की माध्य मुद्रास्फीति का वितरण सीपीआई-सी समग्र मुद्रास्फीति के विपरीत (धनात्मक) विषम पाया गया है, जो लगभग सममित पाया गया था।

विस्तृत और समग्र स्तर पर मुद्रास्फीति और मुद्रास्फीति प्रत्याशाओं के सांख्यिकीय गुणों का अध्ययन और विश्लेषण करने के बाद, हम इन्हें निम्नलिखित खंड में मैपिंग करने का प्रयास करते हैं।

#### IV. वितरण का मानचित्रण

खंड II और III के निष्कर्षों से पता चलता है कि विभिन्न विश्लेषण किए गए डेटासेट के वितरण के सांख्यिकीय क्षण एक दूसरे से काफी भिन्न हैं। निष्कर्षों को चार्ट 12 में संक्षेपित किया गया है। चार्ट 12 में संकलित मैपिंग, दूसरे के साथ वितरण की समानता प्रदान करती है। उदाहरण के लिए, 4-पैरामीटर जॉनसन एसबी ( $\gamma = 5.0416, \delta = 2.8226, \lambda = 27.7870, \xi = 5.1452$ ) के अनुसार वर्तमान मुद्रास्फीति के लिए आईईएसएच (समग्र) का डेटा बिंदु, लॉग-पियर्सन टाइप III ( $\alpha = 6.4118, \beta = -0.1371$  और  $\gamma = 2.45$ ) के अनुसार सीपीआई-सी (समग्र) के डेटा बिंदु के अनुरूप है। दो डेटासेट के कार्यात्मक संबंध का उपयोग कई तरीकों से किया जा सकता है। संचयी वितरण फलन (सीडीएफ) के माध्यम से मैपिंग करना एक सरल तरीका है। ये महत्वपूर्ण रूप से उपयोगी हैं क्योंकि आईईएसएच दूरदेशी है,

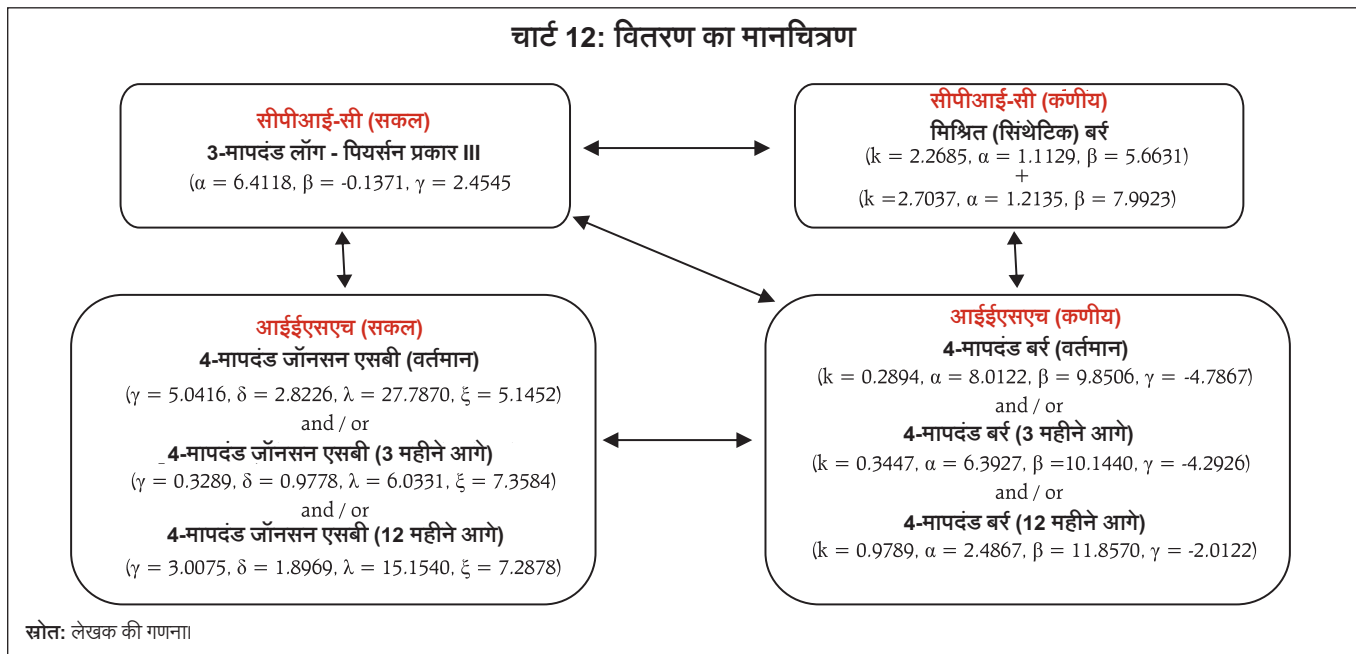
जबकि सीपीआई-सी की वास्तविक मुद्रास्फीति घटना के बाद की है। तदनुसार, मैपिंग में मुद्रास्फीति का पूर्वानुमान लगाने की क्षमता है। आईईएसएच डेटा का उपयोग करके सीपीआई-सी मुद्रास्फीति का पूर्वानुमान नीचे दर्शाये अनुसार दो मैपिंग के अनुसार संभव हो सकता है - प्रत्यक्ष और अप्रत्यक्ष:

#### प्रत्यक्ष मानचित्रण

यह समग्र संख्याओं पर आधारित है और विस्तृत स्तर की जानकारी का उपयोग नहीं करता है। मान लीजिए कि X और Y यादृच्छिक चर हैं, जो क्रमशः वास्तविक मुद्रास्फीति और आईईएसएच की 3-महीने आगे की मुद्रास्फीति, दोनों समग्र स्तर पर, प्रत्याशाओं का प्रतिनिधित्व करते हैं। 3 महीने आगे की मुद्रास्फीति प्रत्याशा के एक विशेष मान 'y' की मैपिंग x (वास्तविक मुद्रास्फीति के) के मान पर  $F_{\text{जॉनसन SB}}(y)$  को  $F_{\text{लॉग-पियर्सन III}}(x)$  के साथ जोड़कर की जा सकती है। इस मैपिंग को करने के चरण नीचे दिए गए हैं:

दिया है, y का मान  $\rightarrow$  प्राप्त करें  $F_{\text{जॉनसन SB}}(y) \rightarrow$  समतुलित करें  $F_{\text{लॉग-पियर्सन III}}(x) \rightarrow$  पाएँ x

उदाहरण के लिए, 1-10 जुलाई, 2023 के दौरान संपादित आईईएसएच के 72वें दौर के नतीजे ने 3 महीने आगे की मुद्रास्फीति (अर्थात, अक्टूबर 2023 के लिए पूर्वानुमान) के लिए 10.20 प्रतिशत के माध्य का संकेत दिया। आईईएसएच में 3



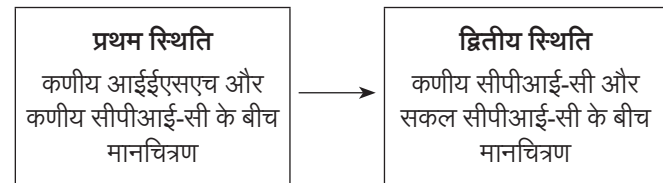
महीने आगे मुद्रास्फीति के 4-पैरामीटर जॉनसन एसबी ( $\gamma = 0.3289$ ,  $\delta = 0.9778$ ,  $\lambda = 6.0331$ ,  $\xi = 7.3584$ ) वितरण का प्रयोग करके, हम F जॉनसन एसबी (10.20) = 0.58525 की गणना करते हैं। हम समीकरण  $x = F^{-1}_{\text{लॉग-पियर्सन III}}(0.58525)$  को हल करके x की गणना करते हैं, जिसमें  $F^{-1}$  एक व्युत्क्रम सीडीएफ है। यह  $x = 5.43$  प्रतिशत का अनुमान प्रदान करता है।

उपरोक्त मानचित्रण पारंपरिक अर्थमिति मॉडल का एक विकल्प हो सकता है, जिसका उपयोग आम तौर पर भविष्योन्मुखी मुद्रास्फीति प्रत्याशाओं के माध्यम से मुद्रास्फीति का पूर्वानुमान लगाने के लिए किया जाता है। अनुमानित मापदंडों के साथ पहचाने गए वितरणों का उपयोग करके उपरोक्त दृष्टिकोण के आधार पर, हम उन महीनों को छोड़कर, जिनमें दोनों में से कोई भी - मुद्रास्फीति और मुद्रास्फीति की प्रत्याशाएँ उपलब्ध नहीं हैं, मार्च 2014 के बाद के महीनों के लिए मुद्रास्फीति का अनुमान लगाते हैं। हम इस दृष्टिकोण और एक सरल प्रतिगमन-आधारित दृष्टिकोण, एक अर्थमितीय साधन का उपयोग करके मुद्रास्फीति के अनुमानों की वास्तविक मुद्रास्फीति के साथ तुलना करते हैं, और देखते हैं कि प्रस्तावित दृष्टिकोण काफी प्रतिस्पर्धी है, जो अतिरिक्त रूप से डेटासेट की विस्तृत प्रोफाइल में मूल्यवान अंतर्दृष्टि प्रदान करता है (चार्ट 13)।

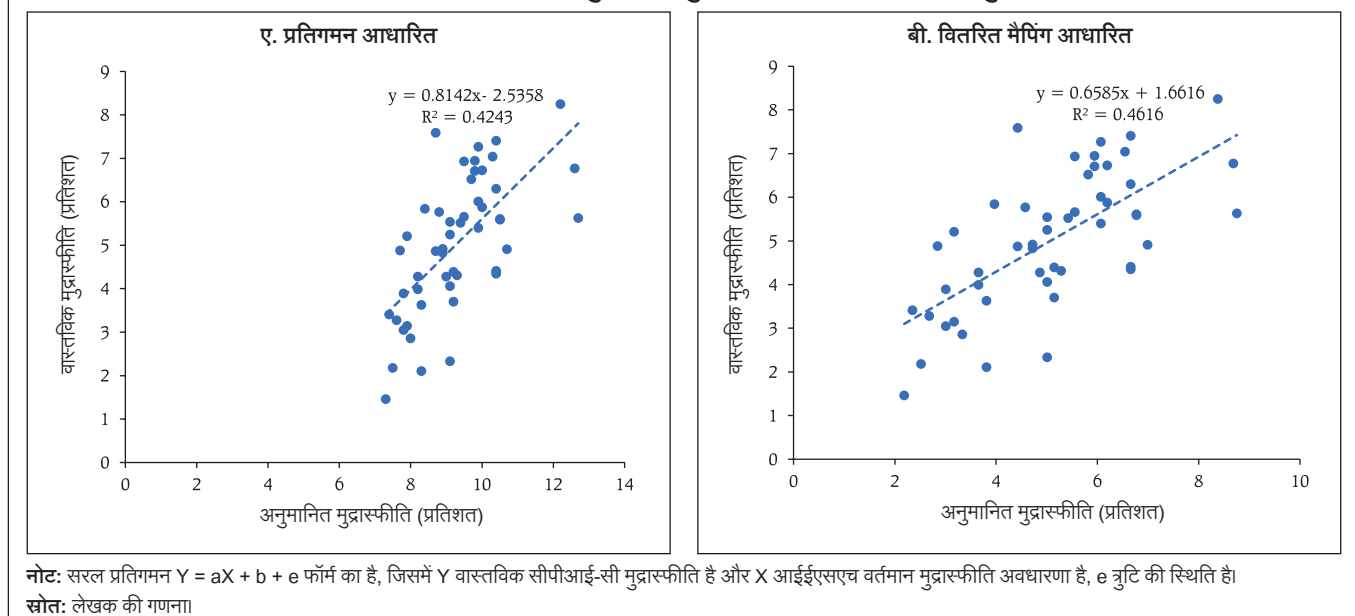
वितरण का अधिक जटिल मानचित्रण कोपुला<sup>12</sup> फलनों का उपयोग करके किया जा सकता है, हालांकि इस लेख में उनका प्रयास नहीं किया गया है।

### अप्रत्यक्ष मानचित्रण

प्रत्यक्ष मैपिंग में, एक वितरण के एक डेटा बिंदु को दूसरे वितरण के एक डेटा बिंदु के साथ मैपिंग किया जाता है, जो समग्र डेटासेट के लिए उपयुक्त है, क्योंकि हमारे पास मुद्रास्फीति की प्रत्याशाओं के लिए प्रति माह केवल एक (समग्र) संख्या होती है और वास्तविक मुद्रास्फीति के लिए एक संख्या होती है। एकल संख्याओं को एकत्रित करने के बजाय, हम कई एक-से-एक मैपिंग के माध्यम से मुद्रास्फीति प्रत्याशाओं और वास्तविक मुद्रास्फीति के कणीय डेटासेट के बीच मैपिंग स्थापित कर सकते हैं। इन मैपिंग में आईईएसएच के शहरी शहर (केंद्र) बनाम सीपीआई-सी के संबंधित राज्य आदि जैसे अलग-अलग स्तर पर मुद्रास्फीति की मैपिंग शामिल हो सकती है। अप्रत्यक्ष मैपिंग जटिल हो सकती है और इसे दो चरणों में किया जा सकता है, जैसा कि नीचे दिया गया है:



**चार्ट 13: वितरित प्लॉट - अनुमानित मुद्रास्फीति और वास्तविक मुद्रास्फीति**



<sup>12</sup> कोपुला एक बहुभिन्नरूपी संचयी वितरण फलन है जिसके लिए प्रत्येक चर का सीमांत (व्यक्तिगत) संभाव्यता वितरण अंतराल [0, 1] में समान रूप से वितरित किया जाता है। यह यादृच्छिक चर के बीच निर्भरता (अंतर-सहसंबंध) संरचना को मॉडल करता है और वित्तीय डेटासेट में व्यापक रूप से उपयोग किया जाता है।

अप्रत्यक्ष मानचित्रण में, एक महीने के आने वाले (नए) डेटा के वितरण का कणीय स्तर पर विश्लेषण करना और विषमता, कुरटोसिस आदि जैसे क्षणों के रूप में वितरण के आकार में बदलावों की पहचान करने के लिए ऐतिहासिक वितरण (कई महीनों को कवर करने वाले) की तुलना करना संभव है। एकल संख्या होने के कारण समग्र रूप से यह संभव नहीं है। हम व्यक्तिगत आधार पर अध्ययन करके सभी दौर में 4-पैरामीटर बर् वितरण को समायोजित करते हैं, साथ ही वितरण के मापदंडों का अनुमान प्राप्त करने के साथ-साथ दौर-वार वर्णनात्मक आंकड़े ( अनुलग्नक सारणी ए 2 ) भी प्राप्त करते हैं।

हम पाते हैं कि कणीय स्तर की आईईएसएच डेटा का माध्य और मानक विचलन वास्तविक सीपीआई-सी मुद्रास्फीति के साथ धनात्मक रूप से सहसंबद्ध है। विषमता और कुरटोसिस ऋणात्मक रूप से सहसंबद्ध हैं। इसी प्रकार, दो पैरामीटर ( $\alpha$  और  $\beta$ ) वास्तविक मुद्रास्फीति के साथ धनात्मक रूप से जुड़े हुए प्रतीत होते हैं, जबकि अन्य दो (अर्थात्,  $k$  और  $\gamma$ ) पैरामीटर विपरीत रूप से सहसंबद्ध हैं। ये संकेतक मुद्रास्फीति की भविष्यवाणी में सहायता करने वाले इनपुट चर के रूप में अर्थमितीय मॉडल में उपयोगी भूमिका निभा सकते हैं ( अनुलग्नक सारणी ए 3 )।

चरण 1 में एक-से-एक मैपिंग की पहचान, जो निकट सह-चर को प्रदर्शित करती है, एक उपयोगी अभ्यास होगा। वर्तमान लेख में इसका अन्वेषण नहीं किया गया है। अप्रत्यक्ष मैपिंग का दूसरा चरण समान डेटासेट का हिस्सा होने के कारण अधिक सुदृढ़ होने की उम्मीद है।

### जोखिम पर मुद्रास्फीति (आईएआर)

उपरोक्त मैपिंग जोखिम-पर-मुद्रास्फीति (आईएआर)<sup>13</sup> का आकलन करने में भी उपयोगी हो सकती है। चूंकि कम मुद्रास्फीति (बाएं टेल) भारतीय संदर्भ में चिंता का विषय नहीं रही है, हम ऐतिहासिक (अवलोकित) मुद्रास्फीति का उपयोग करके और

<sup>13</sup> जोखिम वाली मुद्रास्फीति ( आईएआर ) को परिभाषित करने और मापने के लिए अलग-अलग दृष्टिकोण हैं। मुद्रास्फीति दृष्टिकोण के जोखिमों का आकलन करने के लिए  $laR$  मूल रूप से एंड्रेड एवं अन्य (2012) द्वारा लाया गया था। अध्ययन ने सर्वेक्षण-आधारित सशर्त घनत्व पूर्वानुमानों का उपयोग करके मुद्रास्फीति के लिए टेल जोखिम के मूल्य-पर-जोखिम ( वीएआर ) प्रकार के माप का निर्माण किया। उन्होंने देखा कि मुद्रास्फीति जोखिमों की भयावहता और विषमता समय के साथ बदलती रहती है। सालिडो और लोरिया (2021) के एक हालिया अध्ययन में  $laR$  के लिए संभाव्यता-प्रकार के माप का उपयोग किया गया। इसने  $laR$  में विषमता के महत्व पर भी प्रकाश डाला। वर्तमान संदर्भ में, हम  $laR$  के लिए एक सरल  $VaR$ - प्रकार माप का उपयोग करते हैं।

आईईएसएच से मुद्रास्फीति की उम्मीदों का उपयोग करके सीपीआई-सी समग्र डेटा के लिए 95 प्रतिशत और 99 प्रतिशत पर आईएआर की गणना करते हैं।

सीपीआई-सी मुद्रास्फीति का अनुमानित वितरण अर्थात्, लॉग-पियर्सन टाइप III ( $\alpha = 6.4118$ ,  $\beta = -0.1371$  और  $\gamma = 2.4545$ ) व्युत्क्रम सीडीएफ -  $F^{-1}(0.95)$  और  $F^{-1}(0.99)$  अर्थात् जोखिम-पर मुद्रास्फीति -  $laR_{0.95}$  और  $laR_{0.99}$  क्रमशः 7.84 प्रतिशत और 8.84 प्रतिशत से मेल खाता है। आईईएसएच के अनुमानित वितरण का उपयोग करते हुए, 3 महीने आगे मुद्रास्फीति के लिए 4-पैरामीटर जॉनसन एसबी ( $\gamma = 0.3289$ ,  $\delta = 0.9778$ ,  $\lambda = 6.0331$ ,  $\xi = 7.3584$ )  $F^{-1}(0.95)$  के व्युत्क्रम सीडीएफ से और  $F^{-1}(0.99)$  क्रमशः 12.15 प्रतिशत और 12.70 प्रतिशत पर  $laR_{0.95}$  और  $laR_{0.99}$  से मेल खाता है। इस प्रकार, 3 महीने आगे की मुद्रास्फीति प्रत्याशाओं का  $laR_{0.95} = 12.15$  प्रतिशत और  $laR_{0.99} = 12.70$  प्रतिशत क्रमशः वास्तविक मुद्रास्फीति के  $laR_{0.95} = 7.84$  प्रतिशत और  $laR_{0.99} = 8.84$  प्रतिशत के बराबर है। सीपीआई-सी मुद्रास्फीति के साथ आईईएसएच वर्तमान और 3 महीने आगे की मुद्रास्फीति की विस्तृत मात्रात्मक मैपिंग पूर्णता के लिए प्रदान की गई है ( सारणी 6 )। जैसा कि पहले चर्चा की गई थी, अप्रत्यक्ष मानचित्रण दृष्टिकोण के तहत कणीय स्तर के डेटा का उपयोग करके इसी तरह की गणना की जा सकती है।

**सारणी 6: आईईएसएच मुद्रास्फीति प्रत्याशा और सीपीआई-सी समग्र मुद्रास्फीति का मात्रात्मक मानचित्रण**

मात्राएँ	सीपीआई-सी समग्र मुद्रास्फीति	आईईएसएच वर्तमान मुद्रास्फीति अवधारणा	आईईएसएच 3 महीने आगे की मुद्रास्फीति की प्रत्याशा
0.01	1.78	7.05	7.73
0.05	2.55	7.52	8.07
0.10	3.04	7.82	8.33
0.15	3.39	8.04	8.56
0.20	3.69	8.22	8.76
0.25	3.95	8.38	8.95
0.30	4.18	8.54	9.14
0.35	4.41	8.69	9.32
0.40	4.63	8.84	9.50
0.45	4.84	8.98	9.69
0.50	5.06	9.13	9.87
0.55	5.27	9.29	10.06
0.60	5.49	9.45	10.26
0.65	5.72	9.62	10.46
0.70	5.96	9.81	10.68
0.75	6.22	10.02	10.90
0.80	6.51	10.26	11.15
0.85	6.84	10.56	11.42
0.90	7.25	10.95	11.74
0.95	7.84	11.56	12.15
0.99	8.84	12.83	12.70

स्रोत: लेखक की गणना।



## V. निष्कर्ष

कणीय स्तर की मुद्रास्फीति और मुद्रास्फीति प्रत्याशा डेटासेट के सांख्यिकीय गुण महत्वपूर्ण बने हुए हैं और उपयुक्त सांख्यिकीय वितरण के माध्यम से उनका विश्लेषण किया जा सकता है। यह आलेख सर्वेक्षण-आधारित मुद्रास्फीति और वास्तविक मुद्रास्फीति के डेटासेट को उनके दीर्घकालिक सांख्यिकीय वितरण के माध्यम से मान चित्रित करने का प्रयास करता है, जो अनुसंधान का एक अज्ञात क्षेत्र प्रतीत होता है। बर्ष वितरण के विभिन्न प्रकार सर्वेक्षण-आधारित मुद्रास्फीति अपेक्षाएं और वास्तविक मुद्रास्फीति दोनों कणीय स्तर के डेटासेट की सांख्यिकीय विशेषताओं को समझाने में उपयुक्त पाए गए हैं। इन डेटासेट का एकत्रीकरण हेडलाइन मुद्रास्फीति संख्या जैसे उपयोगी सारांश आँकड़े प्रदान करता है।

चूंकि सर्वेक्षण-आधारित मुद्रास्फीति की प्रत्याशाएँ भविष्योन्मुखी हैं और अल्पावधि के लिए मुद्रास्फीति की भविष्यवाणी करने में उपयोगी रही हैं, जिसके लिए अर्थमिति साधनों का व्यापक रूप से उपयोग किया जाता है, लेख में प्राप्त उपयुक्त सांख्यिकीय वितरण के माध्यम से कार्यात्मक संबंध गैर-अर्थमिति साधन के रूप में अल्पकालिक पूर्वानुमान की सुविधा प्रदान कर सकते हैं। इसके अलावा, सर्वेक्षण-आधारित मुद्रास्फीति प्रत्याशाओं के लिए दौरे-वार अनुमानित मापदंडों का उपयोग उपयुक्त अर्थमितीय मॉडल के इनपुट के रूप में भी किया जा सकता है। पहचाने गए वितरणों का उपयोग देखी गई मुद्रास्फीति और सर्वेक्षण-आधारित मुद्रास्फीति प्रत्याशा डेटासेट के लिए जोखिम-पर-मुद्रास्फीति को मापने के लिए भी किया जा सकता है।

## संदर्भ

Andrade, P., Ghysels, E. and Idier, J. (2012), "Tails of Inflation Forecasts and Tales of Monetary Policy". *Working Papers, Banque de France*.

Carreau, J. and Bengio, Y. (2009), "A hybrid Pareto model for asymmetric fat-tailed data: the univariate case", *Extremes* 12, 53-76.

Cooray, K. and Ananda, M. M. A. (2005), "Modelling actuarial data with a composite Lognormal-Pareto model", *Scandinavian Actuarial Journal* (5), 321-334.

Das, A., Lahiri, K. and Zhao, Y. (2019), "Inflation expectations in India: learning from household tendency surveys". *International Journal of Forecasting*, 35 (3), 980-993.

Frigessi, A., Haug, O. and Rue, A. (2002), "Dynamic mixture model for unsupervised tail estimation without threshold selection", *Extremes*, 5, 219-235.

McNeil, A. J. (1997), "Estimating the tails of loss severity distributions using extreme value theory", *ASTIN Bulletin*, Vol. 27, No. 1, 117-137.

Muduli, S., Nadhanael, G. V. and Pattanaik, S. (2022), "Assesing inflation expectations adjusting for households' biases", *Monthly Bulletin, Reserve Bank of India*, December.

Nadarajah, S. and Bakar, S. A. A. (2014), "New Composite Models for the Danish Fire Insurance Data", *Scandinavian Actuarial Journal*, 2, 180-187.

Salido, D. L. and Loria, F. (2021), "Inflation at Risk", *Federal Reserve Board*, September 08.

Sastry, D. V. S. and Sinha, R. K. (2010), "A Revisit to Danish fire loss data", *Conference Proceedings, 12<sup>th</sup> Global Conference of Actuaries (GCA)*, Mumbai, India.

Scollnik, D. P. (2007), "On composite Lognormal-Pareto model", *Scandinavian Actuarial Journal*, Vol. 2007, Issue 1/2007, 20-33.

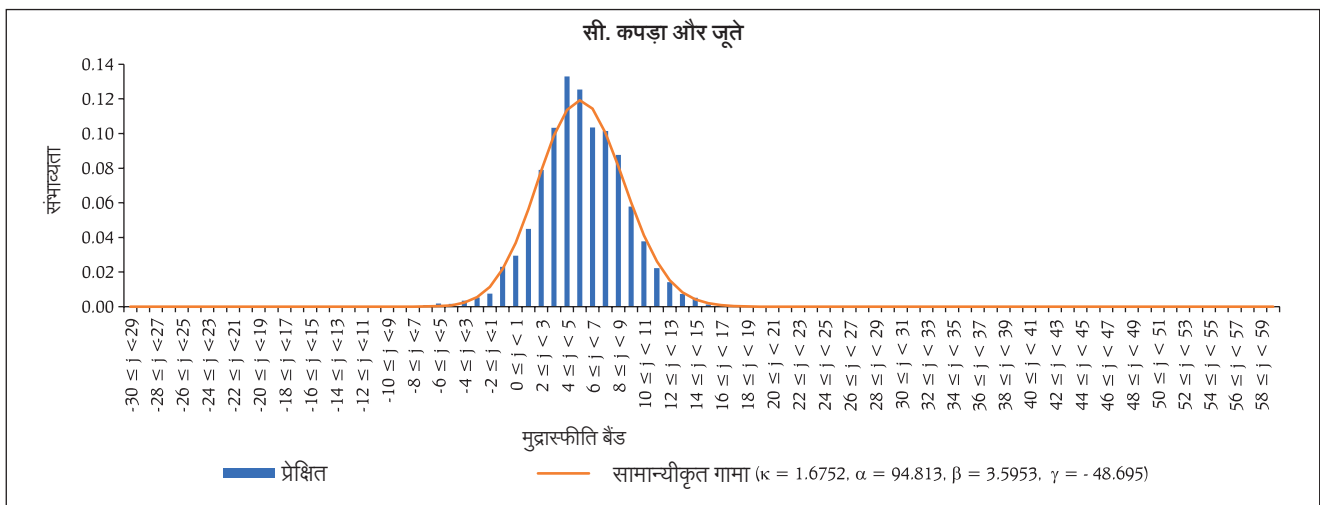
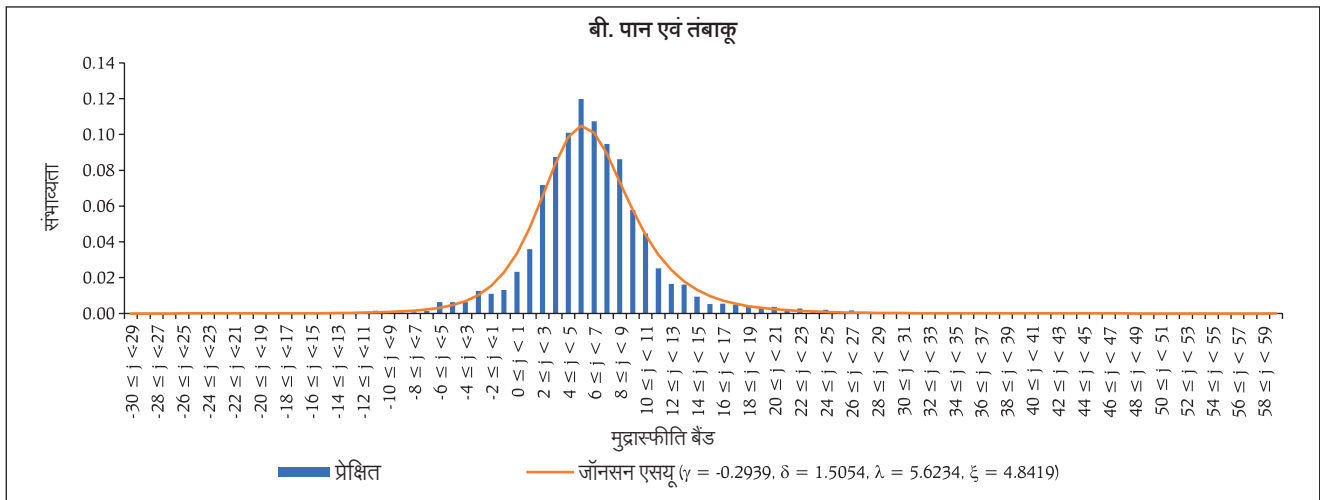
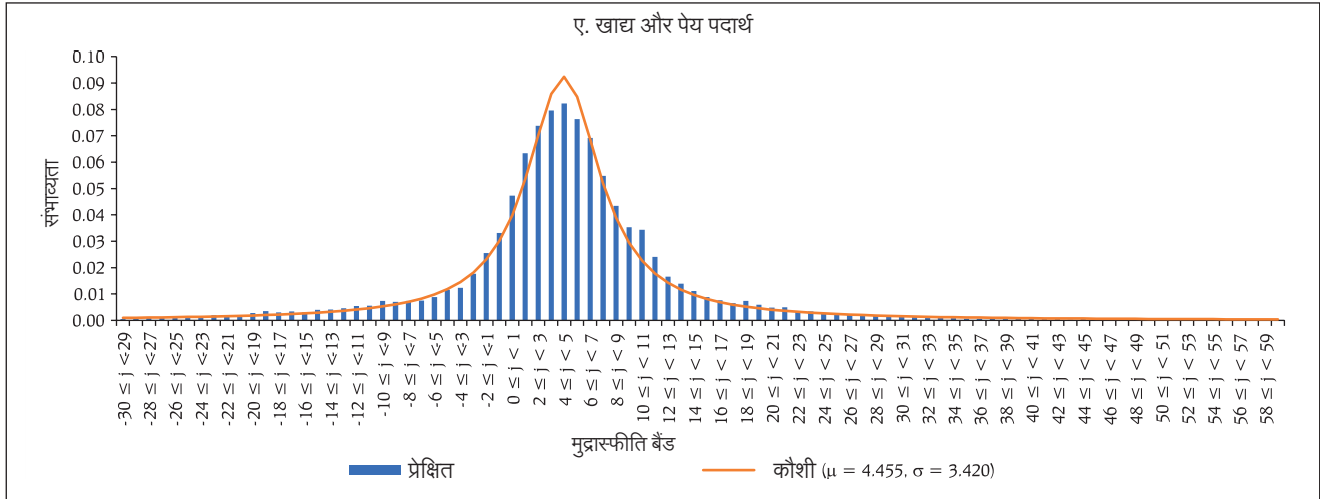
Scollnik, D. P. and Sun, C. (2012), "Modelling with Weibull-Pareto models", *North American Actuarial Journal*, 16 (2), 260-272.

Shaw, P. (2019), "Using rational expectations to predict inflation", *Reserve Bank of India Occasional Papers*, Vol. 40, No. 1.

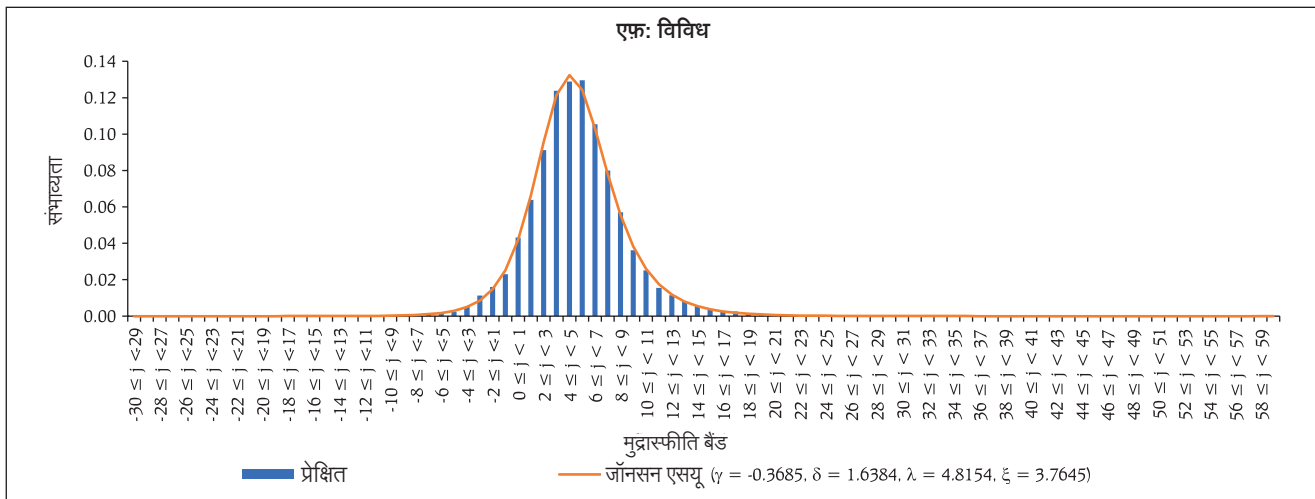
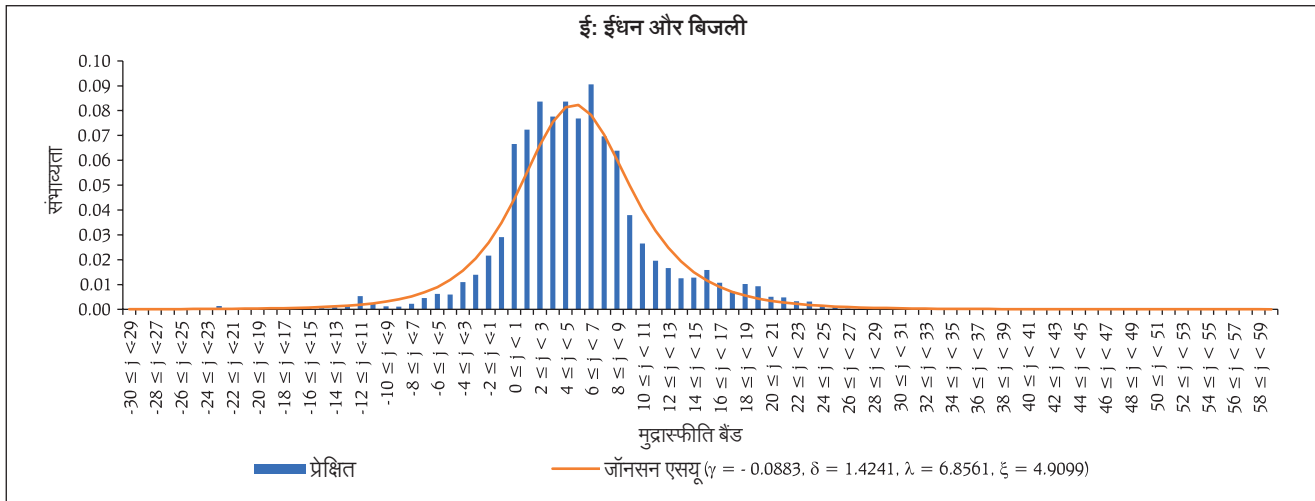
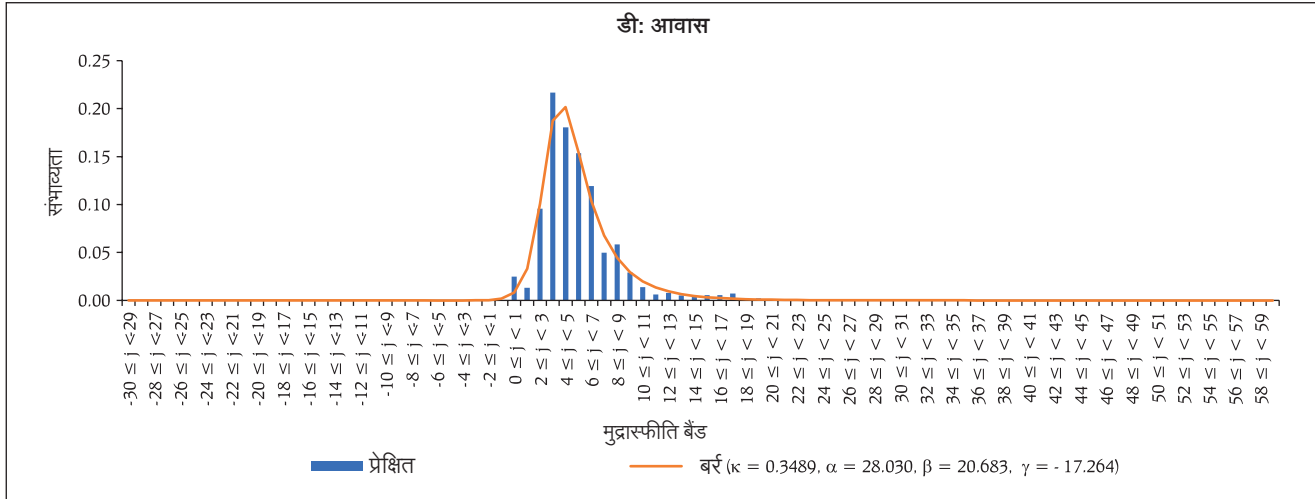
Sinha, R. K. (2023). "India's Steady State Equilibrium Inflation: A Revisit", *Monthly Bulletin, Reserve Bank of India*, May.

परिशिष्ट

चार्ट ए1: सीपीआई-सी कणीय डेटा (मुद्रास्फीति का उत्पाद समूह-वार समायोजन)



**चार्ट ए1: सीपीआई-सी कणीय डेटा (मुद्रास्फीति का उत्पाद समूह-वार समायोजन) (समाप्त)**



स्रोत: लेखक की गणना

## सारणी ए1: सीपीआई-सी कणीय डेटा (समायोजन की अच्छाई)

डी एस		सबसे अच्छा समायोजन	समायोजन की अच्छाई
<b>1. खाद्य एवं पेय पदार्थ</b>			
माध्य	4.72	कॉची ( $\mu, \sigma$ ) $\mu = 4.455$ $\sigma = 3.420$	केएस सांख्यिकी = 0.03111 5 प्रतिशत पर महत्वपूर्ण मान = 0.01928
एसडी	9.46		
रेंज	136.09		
विषमता	0.8244		
कुरटोसिस	10.5708		
<b>2. पान एवं तम्बाकू</b>			
माध्य	6.22	जॉनसन एसयू ( $\gamma, \delta, \lambda, \xi$ ) $\gamma = -0.2939$ $\delta = 1.5054$ $\lambda = 5.6234$ $\xi = 4.8419$	केएस सांख्यिकी = 0.03005 5 प्रतिशत पर महत्वपूर्ण मान = 0.03314
एसडी	4.84		
रेंज	53.85		
विषमता	0.6025		
कुरटोसिस	7.3770		
<b>3. कपड़े और जूते</b>			
माध्य	5.65	सामान्यीकृत गामा ( $k, \alpha, \beta, \gamma$ ) $k = 1.6752$ $\alpha = 94.813$ $\beta = 3.5953$ $\gamma = -48.695$	केएस सांख्यिकी = 0.02143 5 प्रतिशत पर महत्वपूर्ण मान = 0.0331
एसडी	3.32		
रेंज	30.16		
विषमता	0.0040		
कुरटोसिस	3.5698		
<b>4. आवास</b>			
माध्य	5.44	बर् (k, $\alpha, \beta, \gamma$ ) $k = 0.3489$ $\alpha = 28.030$ $\beta = 20.683$ $\gamma = -17.264$	केएस सांख्यिकी = 0.02326 5 प्रतिशत पर महत्वपूर्ण मान = 0.04537
एसडी	2.92		
रेंज	19.38		
विषमता	1.7588		
कुरटोसिस	7.5862		
<b>5. ईंधन और बिजली</b>			
माध्य	5.45	जॉनसन एसयू ( $\gamma, \delta, \lambda, \xi$ ) $\gamma = -0.0883$ $\delta = 1.4241$ $\lambda = 6.8561$ $\xi = 4.9099$	केएस सांख्यिकी = 0.03855 5 प्रतिशत पर महत्वपूर्ण मान = 0.02995
एसडी	6.30		
रेंज	104.16		
विषमता	0.2176		
कुरटोसिस	7.8465		
<b>6. विविध</b>			
माध्य	5.08	जॉनसन एसयू ( $\gamma, \delta, \lambda, \xi$ ) $\gamma = -0.3685$ $\delta = 1.6384$ $\lambda = 4.8154$ $\xi = 3.7645$	केएस सांख्यिकी = 0.00780 5 प्रतिशत पर महत्वपूर्ण मान = 0.02852
एसडी	3.69		
रेंज	74.42		
विषमता	0.5900		
कुरटोसिस	6.3318		

स्रोत: लेखक की गणना।

**सारणी ए2: आईईएसएच डेटा (3 महीने आगे की मुद्रास्फीति की दौरा-वार समायोजन)**

सर्वेक्षण दौर	सर्वेक्षण की अवधि	4-पैरामीटर बर् वितरण (अनुमानित मापदंड)				वर्णनात्मक आँकड़े				प्रकाशित प्रिंट		
		k	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	माध्य *	एसडी	विषमता	कुरटोसिस	आईईएसएच 3 महीने आगे की माध्य मुद्रास्फीति	आईईएसएच 3 महीने आगे की माध्यिका मुद्रास्फीति	वास्तविक सीपीआई-सी मुद्रास्फीति #
35	मार्च-14	0.3890	7.320	18.287	-9.292	17.601	14.993	2.486	10.233	12.3	12.9	6.77
36	जून-14	0.2289	11.157	23.521	-16.494	20.748	19.468	2.112	7.531	12.5	14.0	5.63
37	सितम्बर 14	1.0350	2.039	15.455	0.324	21.805	19.744	2.004	7.277	12.7	14.6	4.28
38	दिसम्बर 14	0.9008	2.974	8.637	-1.012	10.365	9.494	3.827	25.393	8.8	8.3	5.25
39	मार्च-15	0.7021	3.756	8.626	-1.498	10.731	9.528	3.882	25.077	9.0	8.5	5.40
40	जून-15	0.6444	4.283	10.484	-2.526	12.231	10.429	3.580	21.570	10.1	10.0	4.41
41	सितम्बर 15	0.5529	4.307	10.101	-2.216	13.519	11.909	3.255	17.591	10.6	10.4	5.61
42	दिसम्बर 15	0.3618	6.313	10.005	-3.071	13.749	12.144	2.983	14.159	10.5	9.9	4.83
43	मार्च-16	0.6304	3.272	6.807	-0.547	10.946	11.036	3.730	21.811	8.8	8.1	5.77
44	जून 16	0.4702	5.158	10.030	-3.533	12.364	11.773	3.231	16.556	9.7	9.2	4.39
45	सितम्बर 16	0.6900	3.805	9.991	-2.241	12.109	11.521	3.573	19.768	9.7	9.5	3.41
45बी	नवंबर-16	0.5190	4.441	8.395	-2.288	11.356	11.504	3.709	21.040	9.1	8.2	3.65
46	दिसम्बर 16	0.6270	5.581	10.085	-4.180	8.843	7.692	4.331	32.604	7.9	7.3	3.89
47	मार्च-17	0.6111	4.951	9.175	-3.145	9.477	8.723	3.982	24.903	8.2	7.5	1.46
47बी	मई-17	0.5241	6.050	9.976	-4.386	9.401	9.014	4.182	26.427	8.1	7.3	3.28
48	जून 17	0.6939	5.146	9.604	-3.202	8.899	7.203	4.481	34.669	8.1	7.5	3.28
49	सितम्बर 17	0.4139	7.261	9.362	-4.067	9.503	8.886	4.255	27.648	8.2	7.2	5.21
49B	नवंबर-17	0.3860	6.654	8.724	-3.494	10.304	10.210	3.773	21.608	8.4	7.5	4.44
50	दिसम्बर-17	0.4357	5.831	8.724	-3.502	10.159	10.146	3.736	21.247	8.4	7.5	4.28
51	मार्च-18	0.4533	6.737	10.251	-4.550	9.967	8.848	4.042	26.851	8.6	7.8	4.92
51बी	मई-18	0.4994	4.642	8.454	-2.125	11.544	10.892	3.553	19.713	9.4	8.7	3.69
52	जून-18	0.3841	6.238	10.144	-4.293	12.201	11.690	3.122	15.356	9.5	8.9	3.70
53	सितम्बर 18	0.3098	6.523	9.215	-3.723	13.224	12.953	2.779	11.973	9.9	9.4	2.11
53बी	नवंबर-18	0.3102	7.708	10.619	-5.227	12.166	11.315	3.025	14.568	9.7	9.0	2.57
54	दिसम्बर-18	0.3726	6.174	8.590	-3.194	11.263	11.273	3.522	18.303	9.1	8.2	2.86
55	मार्च-19	0.4732	5.271	8.028	-2.320	10.162	9.210	3.986	25.473	8.7	7.8	3.18
55बी	मई-19	0.3909	6.603	8.869	-3.649	10.119	9.225	3.642	21.563	8.6	7.6	3.28
56	जुलाई-19	0.4151	5.723	7.895	-2.590	10.254	9.702	3.646	20.489	8.6	7.6	4.62
57	सितम्बर-19	0.4767	4.941	8.098	-2.364	10.554	9.325	3.119	16.027	8.9	8.0	7.35
57बी	नवंबर-19	0.2914	8.021	10.718	-5.315	12.540	11.751	3.018	14.512	9.8	9.2	6.58
58	जनवरी-20	0.2456	9.788	11.045	-6.055	12.192	11.575	3.088	15.106	9.5	8.6	NA
59	मार्च-20	0.4305	5.954	8.876	-2.782	10.980	9.610	3.510	19.517	9.2	8.5	6.23
59बी	मई-20	0.1809	16.522	19.864	-14.896	14.411	13.375	2.654	11.462	10.6	10.4	6.69
60	क्रिसमस-20	0.1979	15.068	20.132	-14.933	14.735	13.551	2.582	11.019	10.8	10.5	7.61
61	सितम्बर-20	0.1767	16.053	20.088	-15.110	15.261	14.410	2.492	10.252	10.8	10.4	4.59
61बी	नवंबर-20	0.2505	8.788	11.589	-5.986	14.202	13.503	2.653	10.997	10.4	10.1	5.03
62	जनवरी-21	0.2865	7.708	10.275	-4.722	13.110	12.510	2.869	12.823	10.0	9.3	4.23
63	मार्च-21	0.2244	10.097	12.130	-6.629	14.178	13.369	2.689	11.339	10.4	10.1	6.26

## सारणी ए2: आईईएसएच डेटा (3 महीने आगे की मुद्रास्फीति की दौरा-वार समायोजन) (समाप्त)

सर्वेक्षण दौर	सर्वेक्षण की अवधि	4-पैरामीटर बर् वितरण (अनुमानित मापदंड)				वर्णनात्मक आँकड़े				प्रकाशित प्रिंट		
		k	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	माध्य *	एसडी	विषमता	कुरटोसिस	आईईएसएच 3 महीने आगे की माध्य मुद्रास्फीति	आईईएसएच 3 महीने आगे की माध्यका मुद्रास्फीति	वास्तविक सीपीआई-सी मुद्रास्फीति #
63बी	मई-21	0.1680	15.823	19.861	-14.492	16.561	15.527	2.299	8.642	11.3	10.8	5.30
64	जुलाई-21	0.1335	23.541	26.553	-21.489	16.904	15.415	2.149	7.879	11.7	11.3	4.48
65	सितम्बर-21	0.1571	16.348	19.905	-14.466	17.231	16.112	2.193	8.020	11.4	10.8	5.66
65बी	नवंबर-21	0.2908	6.865	13.349	-6.371	17.914	15.994	2.141	7.856	11.9	12.3	6.07
66	जनवरी-22	0.1776	14.816	17.495	-12.027	15.480	14.241	2.474	9.884	11.1	10.6	7.79
67	मार्च-22	0.1706	16.596	20.122	-14.744	15.628	14.173	2.312	8.772	11.1	10.7	7.01
67बी	मई-22	0.1419	23.030	26.925	-21.733	16.545	14.856	2.233	8.514	11.4	10.8	7.00
68	जुलाई-22	0.3039	7.324	10.986	-4.521	14.302	12.710	2.633	11.188	10.7	10.3	6.77
69	सितम्बर 22	0.2155	11.932	17.219	-11.210	16.070	14.675	2.465	9.847	11.3	10.8	5.72
69बी	नवम्बर-22	0.2651	9.224	13.205	-6.982	14.432	12.714	2.691	11.788	10.9	10.4	6.44
70	जनवरी-23	0.3470	6.865	11.370	-4.566	13.917	11.883	2.747	12.329	10.8	10.5	4.70
71	मार्च-23	0.3251	7.186	10.753	-4.299	13.504	11.829	2.937	13.665	10.5	10.2	4.87
71बी	मई-23	0.4260	5.205	9.225	-2.338	13.186	11.666	2.939	13.570	10.3	10.1	6.83

ध्यान दें: \*: कच्चे डेटा से गणना की जाती है (बिना किसी फ़िल्टर/ट्रिमिंग को शामिल किए) और इसके लिए कोई भारिता नहीं है।

#: वास्तविक सीपीआई-सी मुद्रास्फीति सर्वेक्षण के महीने से 3 महीने आगे का प्रिंट है।

एनए: अप्रैल 2020 के लिए सीपीआई-सी मुद्रास्फीति (दौर 58 से 3 महीने आगे) शुरु में सांख्यिकी और कार्यक्रम कार्यान्वयन मंत्रालय द्वारा प्रकाशित नहीं की गई थी, किन्तु बाद में जारी किया गया और प्रकाशित किया गया।

स्रोत: लेखक की गणना।

## सारणी ए3: आईईएसएच संकेतकों का सहसंबंध मैट्रिक्स (प्रकाशित सीपीआई-सी मुद्रास्फीति के साथ)

	वास्तविक सीपीआई-सी मुद्रास्फीति	k	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	माध्य *	एसडी	विषमता	कुरटोसिस	प्रकाशित माध्य	प्रकाशित माध्यका
वास्तविक सीपीआई-सी मुद्रास्फीति	1.000										
k	-0.378	1.000									
$\alpha$	0.406	-0.774	1.000								
$\beta$	0.433	-0.577	0.894	1.000							
$\gamma$	-0.414	0.738	-0.967	-0.954	1.000						
माध्य*	0.424	-0.380	0.514	0.766	-0.600	1.000					
एसडी	0.367	-0.408	0.522	0.749	-0.603	0.982	1.000				
विषमता	-0.496	0.591	-0.625	-0.746	0.655	-0.927	-0.919	1.000			
कुरटोसिस	-0.474	0.628	-0.586	-0.672	0.602	-0.878	-0.888	0.983	1.000		
प्रकाशित माध्य	0.482	-0.429	0.524	0.751	-0.599	0.976	0.937	-0.940	-0.900	1.000	
प्रकाशित माध्यका	0.426	-0.271	0.396	0.695	-0.502	0.975	0.932	-0.878	-0.825	0.975	1.000

स्रोत: लेखक की गणना।