

गणित का जादुई संसार - आकर्षण, चुनौतियां और रोजगार की संभावनाएं*

के.सी. चक्रवर्ती

प्रस्तावना

1. डॉ. राजीव करंदीकर, निदेशक, चेन्नै गणितीय संस्थान; डॉ. श्रीमती जे.के. फडणीस, प्राचार्या, विवेकानंद शिक्षा समिति कला, विज्ञान और वाणिज्य महाविद्यालय; प्रो. अमिय कुमार पाणि, चेयर प्रोफेसर, गणित विभाग, भारतीय प्रौद्योगिकी संस्थान, मुंबई; 'मैथमाइट' के सम्यक शीर्षक वाले इस सम्मेलन की संयोजक श्रीमती दीप्ता दासगुप्ता; संकाय सदस्य; अन्य प्रतिष्ठित वक्ता और सहभागी विद्यार्थी; देवियो और सज्जनो। गणित के प्रसिद्ध विद्वानों और विद्यार्थियों के बीच आकर मुझे आज बहुत प्रसन्नता हो रही है। 'उच्च शिक्षा में उत्कृष्टता की तलाश' में विवेकानंद शिक्षा समिति ने सफलतापूर्वक 50 वर्ष पूरे कर लिए हैं। इस उपलब्धि के लिए मैं समिति को बधाई देता हूँ। मैं समझता हूँ कि यह समिति फ्रंटलाइन सेमिनारों और सम्मेलनों का आयोजन हमारी युवा पीढ़ी में जिज्ञासा के बीज बोने और उनके ज्ञान के आधार को विकसित करने के लिए करती है। आपको स्मरण होगा कि हम भारत के महानतम आध्यात्मिक नेताओं में से एक स्वामी विवेकानंद के जन्म की 150वीं वर्षगांठ का उत्सव मना रहे हैं। उन्होंने कहा था 'आपको ज्ञात है कि कितने विज्ञानों की उत्पत्ति भारत में हुई। गणित की शुरुआत यहीं हुई। आज भी 1, 2, 3 आदि से लेकर शून्य तक की गणना आप संस्कृत अंकों के अनुरूप कर रहे हैं और आप सभी जानते हैं कि बीजगणित की उत्पत्ति भी भारत में ही हुई।' इसलिए यह बहुत सम्यक है कि इस महाविद्यालय में, जिसका नामकरण स्वामी विवेकानंद के नाम पर हुआ है, स्वामी विवेकानंद के जन्म की 150वीं वर्षगांठ के उपलक्ष्य में गणित विषय पर इस सम्मेलन का आयोजन किया गया है।

* विवेकानंद शिक्षा समिति कला, विज्ञान और वाणिज्य महाविद्यालय, मुंबई के गणित विभाग द्वारा 18 जनवरी 2013 को आयोजित 'मैथमाइट' सम्मेलन में डॉ. के.सी. चक्रवर्ती, उप गवर्नर, भारतीय रिजर्व बैंक का संबोधन। इस भाषण को तैयार करने में श्री ए.बी. चक्रवर्ती, श्री संजय बोस और श्री शैलेन्द्र त्रिवेदी से प्राप्त सहयोग के लिए आभार।

2. इस सम्मेलन का समय विभिन्न कारणों से अत्यंत उपयुक्त है। पहला, अंतरराष्ट्रीय गणितीय संघ ने 2013 को पृथ्वी ग्रह के लिए गणित का वर्ष घोषित किया है। दूसरा, हमने भारत के महानतम गणितज्ञ श्रीनिवास रामानुजन (1887-1920) की 125वीं जयंती हाल ही में मनायी है। रामानुजन की सच्ची विरासत इस बात से प्रदर्शित होती है कि किस प्रकार से एक साधारण, अशिक्षित ग्रामीण लड़का अपने जुनून, प्रेरणा और अंतर्प्रज्ञा के बल पर विश्व के महानतम गणितज्ञों में शुमार हो गया। इस दृष्टि से, पूर्वस्नातकों में गणित, प्रौद्योगिकी, वाणिज्य, विज्ञान और सामाजिक विज्ञान के पारस्परिक संबंधों तथा गणित द्वारा उपलब्ध कराई जाने वाली व्यापक संभावनाओं के बारे में जागरूकता उत्पन्न करने के संबंध में इस सम्मेलन के आयोजन का समय बिल्कुल उपयुक्त है। मैं इस परिप्रेक्ष्य में गणित के आकर्षणों, उसके अध्ययन की आवश्यकता, इसके प्रयोगों, इस विषय में महारत हासिल करने के मामले में आने वाली चुनौतियों, इसका अध्ययन करने वालों के लिए संभावनाओं और गणित के दुरुपयोग के जोखिमों के बारे में बात करूँगा।

गणित, सबका प्यारा विषय

3. गणित क्या है ?
- क. इस शब्द की उत्पत्ति ग्रीक शब्द 'मैथेमा' से हुई है जिसका अर्थ होता है ज्ञान, अध्ययन, विद्वत्ता।
- ख. गणित की परिभाषा के संबंध में प्रोफेशनल्स के बीच मतैक्य नहीं है। वस्तुतः आपको यह जानकर आश्चर्य होगा कि लोगों में इस बारे में भी मतैक्य नहीं है कि गणित कला है या विज्ञान।
- ग. मेरी समझ से गणित की तीन परिभाषाएँ हैं :
- तर्कशास्त्रियों की परिभाषा : बेंजामिन पिअर्स की परिभाषा - 'ऐसा विज्ञान जो आवश्यक निष्कर्ष निकाले' अथवा रसेल की परिभाषा - 'गणित तर्क का सांकेतिक रूप है'।
 - अंतर्ज्ञानियों की परिभाषा - ब्राउवेर के दर्शन के अनुसार - 'गणित जटिल विचारों या सिद्धांतों का सृजन करने की एक दिमागी गतिविधि है'।
 - रूढ़िवादियों की परिभाषा : सभी प्रतीकों और नियमों के मामले में कार्य करने के लिए गणित का उनके साथ तादात्म्य स्थापित करना।

4. शायद गणित सभी विज्ञानों में सबसे प्राचीन है जो हजारों वर्षों से विद्यमान है, विकसित हुआ और प्रकट अथवा अप्रकट रूप में परिपक्व हुआ है। संख्याओं की अवधारणा से न सिर्फ प्रागैतिहासिक मानव परिचित था बल्कि संभव है कि इसकी जानकारी जानवरों को भी थी। उदाहरण के लिए, जब शेर पड़ोस स्थित शेरों के किसी समूह की दहाड़ सुनता है तो वह अपने समूह के शेरों की संख्या की तुलना में दहाड़ रहे शेरों की संख्या की गणना करता है। यदि उसके समूह में शेरों की संख्या अधिक हो अथवा संख्या समान हो अथवा दूसरे समूह में तीन तक शेर अधिक होने पर वे हमेशा जवाबी दहाड़ मारते हैं। किंतु दूसरे समूह में तीन से अधिक शेर होने पर वे शांत रहते हैं। कटोरे में चार सेब रखे होने और दूसरे कटोरे में आठ सेब रखे होने का अंतर अधिकांश जानवर पहचान जाते हैं और वे 4 सेबों और 4 संतरों में कुछ समानता होने पर भी उसे पहचान जाते हैं।

5. इसके रहस्यों को समझने की उम्मीद में गणित के सौंदर्य और आकर्षण ने दुनिया भर में अनेक मेधावी लोगों को आकर्षित किया, अनेक लोगों को उलझन में डाला और अनेक लोगों को प्रेरित किया। गणित ने अनंत काल से ज्ञान की खोज करने वालों को क्यों आकर्षित किया है ? मैं समझता हूँ कि गणित का आकर्षण मुख्यतः इस कारण है कि यह रोचक है और इसकी उलझनों को सुलझा लेने पर आनंद भी आता है। लोग इसकी चुनौती को पसंद करते हैं, इसकी स्पष्टता को पसंद करते हैं और यह भी पसंद करते हैं कि गणित की समस्याओं का हल करने पर आप स्वयं भी जान सकते हैं कि आप सही हैं या गलत। गणित के अध्ययन से विभिन्न रुचियों और क्षमताओं की तुष्टि की जा सकती है। इससे लोगों की कल्पनाशक्ति का विकास होता है और स्पष्ट तथा तार्किक विचारधारा तैयार करने में भी मदद मिलती है।

6. गणित के आकर्षण को स्पष्ट करने के लिए मैं आपके समक्ष एक उदाहरण प्रस्तुत करना चाहूँगा। यह रामानुजन और उनके संरक्षक, प्रसिद्ध गणितज्ञ प्रो. जी.एच. हार्डी के बारे में है, जिन्होंने रामानुजन की मेधा को पहचाना और उन्हें इंग्लैंड लेकर गए। एक बार रामानुजन बीमार थे और इंग्लैंड के किसी अस्पताल में आराम कर रहे थे जहां हार्डी उनसे मिलने गए। हार्डी ने उन्हें बताया कि वह टैक्सी में आए जिसकी नंबर प्लेट में सबसे नीरस संख्या 1729 लिखी हुई थी। रामानुजन ने तुरंत जवाब कि यह संख्या तो सबसे रोचक संख्या है। यह तो सबसे छोटी धनात्मक पूर्ण संख्या है जिसे अलग-अलग तरीके से दो

संख्याओं के घनों के योग के रूप में लिखा जा सकता है, यथा $(12)^3+(1)^3$ और $(10)^3+(9)^3$

7. विश्व के सबसे विलक्षण गणितज्ञों में एक प्रो. सी.आर. राव ने कहा था, 'सभी विज्ञान सार रूप में गणित हैं।' इसमें दूसरे विज्ञानों के विकास में गणित के अमित योगदान को उचित ढंग से निरूपित किया गया है। शायद इसी बात को स्वीकार करते हुए सदियों पहले गौस ने गणित को 'सभी विज्ञानों की रानी' कहा था।

गणित का अध्ययन क्यों करें ?

8. गूगल सर्च में सिर्फ 'गणित का अध्ययन क्यों करें' टाइप करें और आपको लगभग 67 मिलियन परिणाम प्राप्त होंगे जिनमें बहुत से लोग, संस्थाएं या लेख मिलेंगे जो गणित का अध्ययन करने के लाभ बताने की कोशिश करते हैं। गणित का अध्ययन अनेक कारणों से अत्यंत महत्वपूर्ण है। हमारे दैनिक जीवन में हम गणित से अनेक प्रकार से घिरे हुए हैं। अब मैं आपको बताना चाहता हूँ कि आपको गणित का अध्ययन क्यों करना चाहिए।

क. गणित मात्रा-निर्धारण करके जीवन को आसान बनाता है। संख्याओं, इकाइयों और आयामों से कोई बात बेहतर ढंग से समझने में मदद मिलती है जिससे माप और अभिव्यक्ति में परिशुद्धता तथा निश्चितता आती है।

ख. इससे स्पष्ट सिद्धांतों के संबंध में नियम बनाने तथा माप करने के मानक निर्धारित करने में मदद मिलती है।

9. कुछ साधारण उदाहरण देखें :

क. 'अजय लंबा है या अजय मजबूत है' - इस कथन से आप क्या समझते हैं। जब हम किसी मानक से तुलना करें या माप करें और मात्रा निर्धारण करें तभी इसका कोई अर्थ बनता है। तभी हम जान पाते हैं कि लंबा क्या है अथवा मजबूत क्या है। तब बातें स्पष्ट हो पाती हैं।

ख. मान लीजिए कि आपके माता-पिता आपसे कहते हैं कि 'आपको बहुत पढ़ाई करनी है' अथवा 'आपको बहुत परिश्रम से पढ़ाई करनी है' - क्या इन वाक्यों का कोई अर्थ बनता है ? हां निश्चित रूप से बनता है। किंतु ऐसा कहा जाए कि मुझे भरोसा है कि 'तुम

80 प्रतिशत अंक प्राप्त करोगे' तो इससे अधिक स्पष्ट लक्ष्य का पता चलता है।

माप जैसी गणितीय धारणाएं, जिनका प्रयोग पहले सिर्फ भौतिकी जैसे विज्ञानों में किया जाता था, अब सामाजिक विज्ञान के साथ ही जीव विज्ञान में भी प्रयोग की जा रही हैं।

10. और अधिक औपचारिक विचार-विमर्श की चर्चा करें तो वैज्ञानिक जांच की महत्वपूर्ण विशेषताओं में एक बात होती है बातों/चीजों को संख्यात्मक मान प्रदान करके गणितीय सूत्रों का प्रयोग करते हुए उनकी मात्रा का निर्धारण करना। किसी भी वैज्ञानिक कार्य का मूल्यांकन अधिकतर उसके अनुभविक घटकों के बजाय उसकी गणितीय गुणवत्ता के आधार पर किया जाता है। मैं जैम्स क्लॉक मैक्सवेल की बात उद्धृत करता हूँ, 'सभी गणितीय विज्ञानों का आधार भौतिक नियमों और संख्याओं के नियमों के बीच संबंध के आधार पर निर्मित होता है तथा इस प्रकार वास्तविक विज्ञान का उद्देश्य संख्याओं का प्रयोग करते हुए मात्राओं का निर्धारण करके प्रकृति की समस्याओं को कम करना है'।

11. मैं कुछ सुस्थापित उदाहरणों का उल्लेख करना चाहूंगा।

- i. पहले उदाहरण का संबंध खगोलीय आंकड़ों की माडलिंग से है जिसके द्वारा आप यह जान सकते हैं कि किस प्रकार से सदियों के खगोलीय प्रेक्षणों के विश्लेषण में टाइको ब्राहे द्वारा क्रमवार तैयार की गई लॉगरीथम की सारणियां उपयोगी रहीं और 1600 के दशक के प्रारंभ में ग्रहों की गति के मूल सिद्धांत तैयार करने में जोहान्स केपलर ने इनका प्रयोग किया। ग्रहों की गति के संबंध में केपलर के तीन नियम इस प्रकार हैं - (i) सूर्य के चारों ओर घूमने वाले ग्रहों का मार्ग दीर्घवृत्ताकार है जिसमें सूर्य का केंद्र एक फोकस पर स्थित होता है (दीर्घवृत्ताकार नियम)। (ii) सूर्य के केंद्र से ग्रह के केंद्र तक खींची गई काल्पनिक रेखा निश्चित समयांतरालों पर बराबर क्षेत्रफल घेरेगी (बराबर क्षेत्रफल का नियम) और (iii) विभिन्न अवधियों में निर्मित किन्हीं दो ग्रहों के वर्गों का अनुपात सूर्य से उनकी औसत दूरी के घनों के अनुपात के बराबर होता है (संबद्धता का सिद्धांत)। तीसरे नियम में वर्गों और घनों के कठिन घातांकों का प्रयोग किया जाता है लेकिन वास्तविक आंकड़ों का प्रयोग किए

जाने पर, नंगी आंखों से वैसे ही परिणाम नहीं प्राप्त होते। बहुत से लोग यह जानेंगे कि किस प्रकार बाद में न्यूटन का गुरुत्वाकर्षण का सार्वत्रिक नियम केपलर के ग्रहों के गति के नियम के समरूप साबित हुआ। किंतु यह भी कम जादुई नहीं है कि केपलर के ग्रहों की गति के तीसरे नियम का संबंध वास्तव में नेपियर के लॉगरीथम के आविष्कार (1614) से जोड़ा जा सकता है जिसे, पहले दो नियमों की स्थापना के लगभग 12 वर्षों बाद, तीसरे नियम की कल्पना का मूल आधार माना जा सकता है।

- ii दूसरा, मैं आनुवंशिकीय गुणों के पृथक्करण से संबंधित मेंडेल के नियम (1866) की चर्चा करना चाहूंगा जिसकी जानकारी पिछली शताब्दी के प्रारंभ में मिली, और जिसके बिना डॉर्विन के विकासवाद के सिद्धांत की संतोषप्रद व्याख्या नहीं की जा सकती थी। यहां मैं इस बात पर भी जोर देना चाहूंगा कि सांख्यिकी गणितीय विज्ञान की एक प्रमुख शाखा है किंतु गणित से इसमें भिन्नता भी है। ऐसा प्रतीत होता है कि गणित सत्य को स्थापित करने में निर्धारणकारी, तार्किक ढांचा प्रदान करता है जबकि सांख्यिकी का मुख्य आधार ऐसे माप और निष्कर्ष हैं जिनमें त्रुटियों की संभावना रहती है।
- iii तीसरा, फ्रांसीसी गणितज्ञ लुइस बैकेलियर का वित्त के अध्ययन से संबंधित कार्य है जो अब सभी को ज्ञात है, जिसे ऐतिहासिक रूप से अपने प्रकार का पहला काम माना जाता है। अनुमान के सिद्धांत (1900) पर उनकी पीएच.डी. का शोध-प्रबंध ब्राउनियन मोशन के सिद्धांत पर आधारित इस प्रकार का पहला कार्य माना जाता है जिसे बहुत बाद में स्टॉक विकल्पों के आकलन के लिए प्रयोग किया जाने लगा।
- iv आधुनिक समय में, विभिन्न वित्तीय आस्तियों के मूल्यन के संबंध में गणित पर आधारित अधिकांश वित्तीय सूत्र इस बात के प्रमाण हैं कि अगर वास्तविक जीवन के आंकड़ों के आधार पर उनका सत्यापन न कर लिया जाए तो उनका किस प्रकार से उपयोग और दुरुपयोग भी हो सकता है।

उक्त उदाहरण गणित की मदद से वास्तविकता का निकटतम अनुमान लगाने से संबंधित हैं किंतु सुस्थापित मात्रा-निर्धारण और माप के मानकों के आधार पर ही ऐसे अनुमान लगाए जाते हैं।

12. हम चाहे यांत्रिक, विद्युतीय या रोशनी, पंखा, टी वी, कार, साइकिल या कंप्यूटरों जैसी इलेक्ट्रॉनिक वस्तुओं की बात करें, उनकी कार्यप्रणाली को समझने के लिए गणित के प्रयोग की आवश्यकता पड़ती है। जब हम पैसों, जमाराशियों, बीमा, आयकर आदि का कार्य करते हैं तब साधारण अंकगणित से लेकर जटिल गणनाओं का प्रयोग करते हैं। गणित के प्रयोग के बिना वर्तमान समाज का अस्तित्व संभव नहीं है। महान ग्रीक दार्शनिक प्लेटो ने अपने ग्रंथ “द रिपब्लिक” में हाई स्कूल और कॉलेज के सभी विद्यार्थियों के लिए गणित अनिवार्य करने के संबंध में गंभीर तर्क प्रस्तुत किये थे। उन्होंने तर्क दिया कि गणित और ज्यामिति समस्याओं का हल निकालने के गुण और विश्लेषण करने तथा सोचने की क्षमता विकसित करते हैं। गणित का अध्ययन करना इसलिए भी महत्वपूर्ण है क्योंकि इससे वस्तुओं/घटनाओं के बारे में एक भिन्न नजरिया मिलता है। गणित सीखने में एक भिन्न प्रकार की सोच की आवश्यकता होती है जो अन्य विषयों में नहीं होती।

गणित का प्रयोग

13. दैनिक जीवन में गणित के प्रारंभिक पहलुओं से हम सभी परिचित हैं किंतु विज्ञान के लगभग सभी क्षेत्रों में अधिक उन्नत तथा जटिल कार्य होते हैं जिनमें गणित का बहुत प्रयोग होता है जो अक्सर अनदेखा और अप्रचारित रहता है। मैं गणित के विविध प्रयोगों के कुछ उदाहरण प्रस्तुत करना चाहूंगा :

- वायु प्रवाह और नियंत्रण प्रणाली संबंधी गणित के बिना हवाई जहाज से यात्रा करना संभव नहीं होता।
- ग्रहों तक अंतरिक्ष यानों की यात्रा की गणना घातांकीय समीकरणों की गणित के बिना नहीं की जा सकती थी। वॉयेजर II द्वारा दूरस्थ ग्रहों से भेजी जाने वाली बेहतरीन तस्वीरों और उनकी स्पष्टता तथा गुणवत्ता गणित के बिना संभव नहीं होती।
- सुपर कंप्यूटरों के विकास की प्रगति में गणितीय सिद्धांतों के प्रयोग का सहारा मिला है जिसके द्वारा कंप्यूटर को इस बात का निर्देश दिया जाता है कि

आगे क्या किया जाना है और उसके माध्यम से गति और परिशुद्धता की क्षमता के लिए कंप्यूटर का अधिकतम प्रयोग किया जाना संभव हो पाता है।

- अगली पीढ़ी के सॉफ्टवेयरों को कैटेगरी थियरी की नवीनतम प्रणालियों की आवश्यकता है जो गणितीय संरचनाओं का एक ऐसा सिद्धांत है जिसने गणितीय तर्क के आधार को नया आयाम प्रदान किया है।
- गणितीय विधियाँ अर्थशास्त्र, बैंकिंग, वित्त, भौतिक विज्ञानों, आनुवंशिकी, जीव विज्ञान आदि के विभिन्न क्षेत्रों से जुड़े आँकड़ों के विश्लेषण के लिए सांख्यिकीय सिद्धांतों और उनसे जुड़े तौर-तरीकों का मुख्य आधार प्रदान करती हैं।
- बॉडी स्कैनर सूक्ष्म गणित की अभिव्यक्ति हैं जिसके सहारे किसी वस्तु के अनेक सिंगल एक्स-रे के बारे में प्राप्त जानकारी की मदद से उस वस्तु का आंतरिक चित्र निर्मित करना संभव हो पाता है। इस प्रकार गणित का संबंध जीवन और मृत्यु के मामलों से है।

14. संख्याओं, सममिति, क्षेत्रफल और आयतन, परिवर्तन की दर, आकृति, आयाम, यादृच्छिकता और अन्य बहुत सी बातों के लिए, सामान्य विचारों के अध्ययन से, प्रायः इन अनुप्रयोगों का विकास किया गया है। गणित इन विचारों के अध्ययन में विशेष योगदान करती है, नामतः निम्नलिखित प्रणालियों के संबंध में - (क) स्पष्ट परिभाषाओं में, (ख) सतर्क और सही तर्क करने में; प्रतीकों और सूत्रों, तस्वीरों और ग्राफिक्स सहित बहुत सी विधियों से विचारों को प्रकट करने में, (ग) गणना करने के माध्यमों में, (घ) स्पष्ट रूप से बताई गई समस्याओं का हल प्राप्त करने, अथवा ज्ञान की सीमाओं के संबंध में स्पष्ट कथनों के लिए। इन विशेषताओं के कारण गणित दैनिक जीवन के अन्य अनेक पहलुओं के लिए सुदृढ़ आधार प्रदान करने, और स्पष्ट रूप से साधारण दिखाई देने वाली स्थितियों में निहित जटिलताओं को समझने में सहायक होती है।

15. यद्यपि गणित का प्रयोग भौतिक विज्ञान और सामाजिक/जीव विज्ञान - दोनों के लिए किया जाता है किंतु इन दोनों क्षेत्रों में इसके प्रयोग में कुछ भिन्नताएं हैं। भौतिक विज्ञानों की प्रकृति के अधिक यथार्थपरक होने के कारण गणित का उन

पर सीधे प्रयोग किया जा सकता है लेकिन सामाजिक/जीव विज्ञान में अधिक अनिश्चितता होती है और उनमें त्रुटियां निहित हो सकती हैं, इसलिए इन क्षेत्रों में सांख्यिकी और संभावनाओं का अधिक प्रयोग किया जाता है। विद्यार्थी के रूप में आप लोगों को यह निर्णय लेना है कि आपकी रुचि किस क्षेत्र में अधिक है और उस क्षेत्र में शिक्षा प्राप्त कर उत्कृष्ट बनने का प्रयास करें।

भारतीय संदर्भ में गणित

16. गणित के क्षेत्र में भारत ने क्या योगदान किया है ? मैं प्रसिद्ध अभिनेता मनोज कुमार पर फिल्माई गई फिल्म 'पूरब और पश्चिम' (गीत : इंदीवर और अन्य) के एक पुराने गीत की चर्चा करना चाहूंगा 'भारत का रहने वाला हूँ, भारत की बात सुनाता हूँ ...।' आप लोगों में से कितनों ने इसे सुना है? मुझे विश्वास है कि यहां उपस्थित सभी वक्तव्यों और शिक्षकों ने भी इसे सुना होगा। इस गीत में गणित के क्षेत्र में भारत के योगदान को दर्शाने वाली कुछ बेहतरीन पंक्तियां हैं। ये पंक्तियां निम्नलिखित हैं -

“जब जीरो दिया मेरे भारत ने, भारत ने मेरे भारत ने,

दुनिया को तब गिनती आई,

तारों की भाषा दुनिया को, भारत ने पहले सिखलाई।

देता न दशमलव भारत तो, यूं चांद पे जाना मुश्किल था,

धरती और चांद की दूरी का, अंदाज़ा लगाना मुश्किल था।”

इन पंक्तियों का भावानुवाद इस प्रकार से है - गणित और खगोलशास्त्र के क्षेत्र में भारत के योगदान की सराहना करते हुए नायक ने कहा है 'भारतीय गणितज्ञों द्वारा शून्य की खोज किए जाने के कारण ही दुनिया को अंकों की प्रणाली प्राप्त हुई। दशमलव प्रणाली की खोज में भारत के योगदान के बिना भी धरती और चंद्रमा के बीच की दूरी की माप या चंद्रमा की यात्रा करना संभव नहीं हो पाता।'

17. वैदिक काल से प्रारंभ करके भारतीय गणित के शानदार दिनों की याद करना जरूरी है। प्राचीन वेदों (जिनकी रचना लगभग 5,000 वर्ष पहले हुई) में वेदांग ज्योतिष का वर्णन है जिसके तीन भाग हैं। उनमें से एक का संबंध अंकगणित, बीज गणित, ज्यामिति, त्रिकोणमिति और समीकरणों से संबंधित मूल गणित से है। गणित की नींव स्थापित करने में भारत के महत्त्व को गणित के विद्वानों और उसके प्रयोगकर्ताओं ने व्यापक रूप से स्वीकार किया है। प्रसिद्ध फ्रांसीसी गणितज्ञ लाप्लेस

(1749-1827) की इस टिप्पणी पर ध्यान देना उपयुक्त होगा - 'सभी संख्याओं को दस प्रतीकों के माध्यम से प्रकट करने की विद्वत्तापूर्ण प्रणाली हमें भारत से प्राप्त हुई जिसमें प्रत्येक प्रतीक का एक स्थानीय मान और निरपेक्ष मान होता है। यह विचार आर्कमिडीज और अपोलोनियस के दिमाग में भी नहीं आया।' गणना करने की भारतीय प्रणाली आज तक का सबसे सफल दिमागी नवोन्मेष रहा जिसमें सबसे बुद्धिमत्तापूर्ण खोज शून्य की रही जिसके शामिल होने से प्राकृतिक संख्याओं में बहु-अपेक्षित संपूर्णता आई और इससे वास्तविक संख्याओं का मूल घटक तैयार करने में मदद मिली। दुर्भाग्यवश, प्राचीन और पूर्व-मध्यकालीन हमारे गणितज्ञों की संपन्न विरासत और उपलब्धियों को पश्चिमी लोगों ने एक प्रकार से पुनः खोजा और गणित के पाठ्यक्रम में उसे फिर से शामिल किया।

18. यह सचमुच बहुत निराशाजनक है कि पिछले 2000 वर्षों में गणित के क्षेत्र में भारत का योगदान लगभग नगण्य रहा है। हमें अपने अतीत के गौरव में खोकर आत्मसंतोष नहीं करना चाहिए। हमें नए विचारों और नई अवधारणाओं में योगदान करते हुए गणित के ज्ञान को संवर्द्धित करना चाहिए तथा गणित और गणितीय अनुसंधान के क्षेत्र में अपनी पूर्व-प्रतिष्ठित स्थिति को पुनः प्राप्त करने के लिए प्रयास करना चाहिए। इसे संभव करने के लिए हमारे विद्यार्थियों और गणित के शिक्षकों और शिक्षा जगत से जुड़े अन्य लोगों को महत्त्वपूर्ण योगदान करना होगा।

गणित चुनौतीपूर्ण है

19. यह याद रखना चाहिए कि गणित सबसे चुनौतीपूर्ण विषयों में से एक है। निरपेक्ष आकारों, प्रतीकों, संरचनाओं और सूत्रों के माध्यम से (इसे ही गणित कहते हैं) ब्रह्मांड के रहस्यों को देखने/समझने के लिए विशेष गुणों और मानसिक योग्यता की आवश्यकता होती है। गैलीलियो ने सदियों पहले कहा था 'प्रकृति की महान किताब सिर्फ उन लोगों द्वारा ही पढ़ी जा सकती है जो उस भाषा को जानते हों जिसमें वह किताब लिखी गई थी, और वह भाषा है गणित'।

20. मैं यहां आपको सावधान करना चाहूंगा। मेरा विचार है कि आप में उच्चतर गणित के अध्ययन के लिए आवश्यक अभिरुचि का होना जरूरी है। अगर आपमें संख्या विषयक अभिरुचि और संख्याओं के प्रति रुझान न हो तो आप उच्चतर अध्ययन के लिए गणित का चुनाव न करें।

रोजगार के लिए विकल्प के रूप में गणित

21. जो लोग गणित में योग्यता हासिल करते हैं उन्हें रोजगार के व्यापक विकल्प मिलते हैं और इस प्रकार से वे सौभाग्यशाली स्थिति में होते हैं। गणित के स्नातक पाठ्यक्रम द्वारा इस विषय के अध्येताओं की निम्नलिखित योग्यताओं का विकास किया जाता है - (i) तार्किक विचारों का प्रयोग करना, (ii) समस्या को इस प्रकार से व्यवस्थित करना जिससे गणना करना और निर्णय लेना संभव हो सके, (iii) अनुमानों के आधार पर निष्कर्ष निकालना, (iv) विकसित अवधारणाओं का प्रयोग करना। इस कारण से गणितज्ञों की ज्यादा मांग होती है। गणित की डिग्री होने पर आप बैंकिंग और वित्त, सांख्यिकी, अभियांत्रिकी, कंप्यूटर, शिक्षण, अर्थमिति, बायोमेट्री अथवा लेखांकन में हाथ आजमा सकते हैं और इस मामले में आप दूसरे विषयों के स्नातकों से बहुत आगे रहेंगे।

22. इस प्रकार गणित के अध्ययन से विविध प्रकार के रोजगारों के अवसर मिलना इससे मिलने वाले लाभों में से एक है। हाल के एक सर्वेक्षण से पता चला है कि गणित और कंप्यूटर विज्ञान से स्नातक करने वाले लोग स्नातक होने के छह साल के बाद कमाई करने वालों की सूची के शीर्ष पर थे। अमरीका में सबसे अच्छे और सबसे खराब नौकरियों के संबंध में वालस्ट्रीट जर्नल (2009) के इसी प्रकार के एक अध्ययन में यह देखा गया कि सूचीबद्ध सबसे अच्छी दो सौ नौकरियों में से आय और अन्य बातों की दृष्टि से शीर्ष तीन नौकरियां उन लोगों के लिए थीं जिन्होंने मुख्य विषय के रूप में अंक शास्त्र का अध्ययन किया हो जिसके अंतर्गत गणित, जीवनांकिकी और सांख्यिकी शामिल हैं। अध्ययन में चहारदीवारी के अंदर काम करने की परिस्थितियों और जहरीले धुएं और कोलाहल से मुक्त जगहों जैसी अनुकूल परिस्थितियों के अलावा प्रत्येक नौकरी की माध्य आय और नौकरी में आगे बढ़ने की संभावनाओं को भी ध्यान में रखा गया था। हाल ही के एक अन्य सर्वेक्षण से पता चला है कि महाविद्यालयों की सबसे अधिक आय देने वाली 15 उपाधियों में गणित एक सर्वनिष्ठ विषय है।

23. गणित के विद्यार्थियों के लिए नौकरी के पसंदीदा विकल्प निम्नलिखित हैं : (क) शिक्षण कार्य के साथ ही सैद्धांतिक पक्षों में अनुसंधान के लिए यथार्थ गणित, (ख) जीवनांकिकी जिसमें गणित और सांख्यिकी का प्रयोग करते हुए अनुप्रयोग की विधियों का विकास किया जाता है और उनका प्रयोग वित्त और बीमा में किया जाता है। इसके अंतर्गत संभावना और सांख्यिकी, वित्त

और अर्थशास्त्र सहित बहुत से अन्योन्याश्रित विषयों का प्रयोग किया जाता है, (ग) कंप्यूटर विज्ञान, जो गणना के मूलभूत सिद्धांतों और उनको लागू करने तथा कंप्यूटर में उनके प्रयोग करने पर आधारित होता है। गणित के विद्यार्थियों के तर्क और स्पष्ट विचार करने की क्षमता में प्रशिक्षित होने के कारण इस क्षेत्र में उनका महत्त्व बहुत अधिक होता है, (घ) लागत और लाभ जैसी बातों को अधिकतम अथवा न्यूनतम करने की समस्या के संबंध में सर्वोपयुक्त निर्णय लेने के लिए प्रचालन अनुसंधान को गणित की एक अंतरविषयी शाखा के रूप में विकसित किया गया है। (ङ) जीव गणित अथवा गणितीय जीव विज्ञान भी अध्ययन का एक अंतरविषयी क्षेत्र है जो गणितीय तकनीकों और साधनों का प्रयोग करते हुए प्राकृतिक और जीवविज्ञानी प्रक्रियाओं का प्रतिदर्श बनाने में मदद करता है। इसके परिणामों का प्रयोग सेल्युलर न्यूरोबायोलॉजी, एपीडेमिक मॉडलिंग, तथा जनसंख्या आनुवंशिकी जैसे क्षेत्रों में किया जा रहा है। (च) क्रिप्टोग्राफी सूचना को छिपाने की प्रथा और अध्ययन को कहा जाता है। इसे गणित और कंप्यूटर विज्ञान की एक शाखा माना जाता है।

24. व्यावहारिक गणित को बहुत से लोग समझते हैं किंतु विशुद्ध गणित को अत्यंत विशिष्ट वर्ग का माना जाता है। रोजगार और अनुसंधान की संभावनाओं वाला एक अन्य क्षेत्र गणना आधारित विश्लेषण है जिसे पिछले कुछ समय से बहुत प्रोत्साहित किया गया है किंतु बहुत से परिशुद्धतावादी इसे गणित की मुख्य धारा में नहीं मानते हैं। वस्तुतः पिछले दो दशकों में सिलिकॉन वैली में हुई बड़ी क्रांति में शामिल हुए सूचना प्रौद्योगिकी के बहुत से प्रोफेशनल्स अब विश्लेषण के इस काम को उत्तरोत्तर अधिक फलदायक और चुनौतीपूर्ण मान रहे हैं।

गणित केंद्रीय बैंकिंग में कहां मदद कर सकती है

25. गणित के, अधिक स्पष्ट रूप से कहा जाए तो सांख्यिकी के अनुप्रयोग के दो प्रमुख क्षेत्र आर्थिक मॉडलिंग और पूर्वानुमान, तथा वित्तीय गणित हैं। दुनिया भर में केंद्रीय बैंक समष्टि-आर्थिक, मौद्रिक, वित्तीय क्षेत्र तथा राजकोषीय नीतियों के संबंध में पर्याप्त सूचनाओं पर आधारित निर्णय लेने के लिए आधार तैयार करने हेतु आधुनिक समष्टि-आर्थिक/अर्थमतिक मॉडलों का सूट विकसित करने में लगे हुए हैं। अर्थव्यवस्था के समक्ष चुनौतियों को देखते हुए विशेष रूप से अब यह बहुत महत्त्वपूर्ण हो गया है। समष्टि-आर्थिक चरों की मॉडलिंग का

महत्त्व बहुत अधिक बढ़ गया है क्योंकि समष्टि-आर्थिक नीति तैयार करने के लिए उसमें अर्थव्यवस्था की पूर्ण समझ विकसित करने के साथ ही घरेलू नीति निर्माण के लिए कार्यात्मक भूमिका को तार्किक ढंग से सहारा प्रदान करने की आवश्यकता है।

मैं स्पष्ट करना चाहूँगा कि मॉडलिंग क्या है और यह क्यों महत्त्वपूर्ण है :

यह विभिन्न घटनाओं का अध्ययन करने और उनका विश्लेषण करने की कोशिश है। इसके लिए आपको घटनाओं को मात्रात्मक रूप में प्रस्तुत करना होगा ताकि उनमें संबंध ढूँढा जा सके। उदाहरण के लिए, किसी बक्से का आयतन कितना है?

हम जानते हैं कि आयतन = लंबाई x चौड़ाई x ऊँचाई होता है, और चूंकि लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई को मापा जा सकता है, हमारे पास बक्से के अंदर का आयतन दर्शाने के लिए एक सरल मॉडल उपलब्ध है।

26. वित्तीय गणित तुलनात्मक रूप से नया विषय है जिसका आधुनिक आर्थिक विचारों पर गहरा असर है, फिर भी यह संभावना और अनिश्चितता के शास्त्रीय बौद्धिक विषयों से ओतप्रोत है। 1970 के दशक के प्रारंभ में इसकी शुरुआत, और संभवतः पर्सनल कंप्यूटरों का प्रयोग शुरू होने से वित्तीय इंजीनियरिंग की शुरुआती सफलताओं में बंधक-आधारित संरचित प्रतिभूतियों का विकास (जो अब बांडों का सबसे बड़ा बाजार है) और ऑप्शन प्राइसिंग का औचित्य - जिसके परिणाम आधुनिक निवेश, बाजारों और वित्त में पूर्णतः व्याप्त हैं, शामिल हैं। केंद्रीय बैंकिंग का कार्य बहुत अधिक चुनौतीपूर्ण हो गया है क्योंकि प्रगतिशील ढाँचे में वित्तीय लेनदेन तथा प्रक्रियाओं को तैयार करने और उनका प्रयोग करने के सूक्ष्म पहलुओं को अन्य लोगों से पहले समझने की आवश्यकता होती है। इन प्रणालियों के कारण ही संपत्ति का निर्माण/प्रयोग और वैश्विक वित्तीय नीति की सीमाओं और उसके उद्देश्य के अंतर्गत विश्व भर में उसका कल्याणार्थ वितरण करना संभव हो पाया है।

27. समष्टि-अर्थशास्त्र के अंतर्गत मॉडलिंग का प्रयोग आर्थिक कारकों के व्यवहार पक्षों द्वारा दर्शाई जाने वाली जटिलताओं तथा असमताओं के कारण और अधिक जटिल तथा श्रमसाध्य हो गया है। परंपरागत आर्थिक मॉडल सरल गणितीय रूप में

व्यक्त किए गए जटिल आर्थिक व्यवहार की एकरूपता पर बहुत अधिक निर्भर हुआ करते थे।

28. अभियांत्रिकी की ही तरह वित्तीय गणित भी, उत्पाद और क्रियाविधि को प्राप्त करने के लिए, मूलभूत गणितीय और वैज्ञानिक सिद्धांतों का प्रयोग, प्रोफेशनल तरीकों का इस्तेमाल करते हुए, रचनात्मक ढंग से करती है। वित्तीय गणित में, संपत्ति और कल्याण के बीच के सामाजिक-आर्थिक संबंध को समझने की कोशिश करने के बजाय, नकदी प्रवाह (द केश फ्लो) : इसके विनिमय, इसकी आकस्मिकता और तुलनात्मक तथा निरपेक्ष - दोनों अर्थों में इसके मूल्य पर विचार किया जाता है। ऐसा निवेशकों (उदाहरण के लिए केंद्रीय बैंक, बीमा कंपनी, म्यूचुअल फंड), वालस्ट्रीट के किसी डीलर, किसी वैश्विक बैंक अथवा किसी हेज फंड की दृष्टि से किया जाता होगा। नकदी प्रवाह को स्टॉक, बांड, ऑप्शन, स्वैप अथवा मुद्रा के विनिमय के पैकेज के रूप में देखा जा सकता है।

29. भौतिकी और रसायन जैसे प्रत्यक्ष विज्ञानों के विपरीत, अर्थशास्त्र और वित्त जैसे व्यावहारिक विज्ञानों का प्रयोग करते समय बहुत ध्यान दिए जाने की आवश्यकता होती है। मापन और न्यूनतम मानदंड निर्धारण के बहुत से मामले प्रकट होते हैं जिनका संबंध विशेष रूप से कारोबार और वाणिज्य के आधुनिक जटिल संसार से होता है और जिनमें सावधानी से परिशुद्धतापूर्वक मात्रा निर्धारण और मानक तय करने की जरूरत होती है। बहुत से लोगों ने जोखिमपूर्ण वित्तीय उत्पाद शुरू करने के बारे में पढ़ा होगा जिन्हें व्यवहार के नियंत्रण योग्य स्थापित मानकों से आसानी से प्रभावित नहीं किया जा सकता और जो बाजार की गतिविधियों को खतरे में डालकर वैश्विक अर्थव्यवस्था को भी खतरे में डाल देते हैं। कारोबार और वित्त के दायरे के बढ़ने के साथ गणितीय कुशाग्रता और अनुभवजन्य विश्लेषण की आवश्यकता हमेशा बढ़ती जा रही है। तथापि हमें वित्तीय क्षेत्र के पेशे में गणित के विद्यार्थियों के वर्चस्व को रोकने की जरूरत है।

संख्याओं से परेशानियाँ - केंद्रीय बैंक में काम करना वास्तविक जीवन की तरह ही चुनौतीपूर्ण है

30. केंद्रीय बैंकिंग में गणित के प्रयोगों के बाद मैं दैनिक कार्यालयीन कामकाज में 'संख्याओं के प्रयोग' से उत्पन्न होने वाली कुछ चुनौतियों/कठिनाइयों की चर्चा के साथ ही, गणित की अनुचित व्याख्या के कारण लोगों की सामान्य धारणाओं की भी चर्चा करूँगा। मैं तीन उदाहरण देना चाहूँगा :

क. सोने की खरीद : आप देश के बड़े चालू खाता घाटे से परिचित होंगे जिसके महत्त्वपूर्ण कारणों में स्वर्ण का बहुत अधिक आयात एक था। हम अक्सर यह तर्क सुनते हैं कि लोग मुद्रास्फीति से सुरक्षा हेतु स्वर्ण खरीदते हैं अथवा वे यह मानते हैं कि ऐसा करने से उनका निवेश 'सुरक्षित आस्ति' में हो रहा है। ऐसे लोग स्वर्ण मूल्य में हाल के दिनों में हुई वृद्धि को आधार बनाकर, अपने तर्क के समर्थन में गणित का प्रयोग या, यह कहें कि दुरुपयोग करते हैं। किंतु मेरे विचार से, इस बात के समर्थन में कि "स्वर्ण में निवेश करना न तो मुद्रास्फीति से सुरक्षा प्रदान करता है और न ही सोना सुरक्षित आस्ति है", स्वर्ण मूल्य में वृद्धि के आंकड़े सबसे विश्वसनीय तर्क है। मैं इसकी व्याख्या करना चाहूंगा। मुद्रास्फीति से सुरक्षा के क्या लक्षण होते हैं ? - मुद्रास्फीति से कुछ अधिक प्रतिलाभ प्रदान करते हुए इससे आपके मूलधन की रक्षा होनी चाहिए। किंतु हाल में स्वर्ण मूल्य में वृद्धि मुद्रास्फीति की दर से बहुत अधिक रही है और इसलिए इसे सुरक्षा नहीं माना जा सकता। इसके विपरीत इसे मुद्रास्फीति से बचने के लिए सट्टेबाजी माना जा सकता है। इसी प्रकार, जोखिम-प्रतिलाभ के बीच समंजन के मूलभूत सिद्धांत के अनुसार अधिक प्रतिलाभ सिर्फ अधिक जोखिम उठाकर ही प्राप्त किया जा सकता है। पिछले कुछ वर्षों में स्वर्ण से प्राप्त होने वाले काफी अधिक प्रतिलाभों से सिर्फ यह पता चलता है कि स्वर्ण निवेश में जोखिम भी बहुत बढ़ गया है। लंबे समय में स्वर्ण मूल्यों में उतार-चढ़ाव की गणना करने पर भी हम पाएंगे कि अन्य वित्तीय आस्तियों की तुलना में इसकी कीमतों में उतार-चढ़ाव बहुत अधिक रहा है। अतः 'सुरक्षित आस्ति' के रूप में स्वर्ण में निवेश करना परंपरागत रूप से 'सुरक्षित निवेश' संबंधी बुद्धिमत्ता की धारणा के विपरीत है। गणित इस बात को नहीं मानती कि सोना मुद्रास्फीति से सुरक्षा प्रदान करता है अथवा सोने में निवेश करना सुरक्षित निवेश है। दुर्भाग्यवश, यह बात न तो स्वर्ण में निवेश करने वाले लोगों ने और न ही उनकी राय को प्रभावित करने वाले बहुत से लोगों और नीति

निर्माताओं ने ही पूरी तरह समझी है। अगर इस बात के पक्षधर, सोने को 'मुद्रास्फीति से सुरक्षा' अथवा 'सुरक्षित निवेश' (गणित का गलत प्रयोग करके) बताने के स्थान पर 'मुद्रास्फीति से बचने के लिए सट्टेबाजी' अथवा 'जोखिमपूर्ण निवेश' (अर्थात् गणित का सही प्रयोग करके) बताकर सोने की खरीद को प्रोत्साहित करें तो हमें कोई आपत्ति नहीं है।

ख. बैंकों में उत्पादकता : बैंकों में उत्पादकता की माप के लिए प्रत्येक कर्मचारी द्वारा किए जाने वाले कारोबार की मात्रा का सर्वाधिक प्रयोग किया जाता है। हालांकि गणित का कोई भी विद्यार्थी, जिसे इकाई और आयामों की धारणा की मूलभूत समझ हो, यह कहेगा कि प्रत्येक कर्मचारी द्वारा किया गया कारोबार, स्थान के अनुसार उत्पादकता की अच्छी माप हो सकता है किंतु समय के अनुसार यह बहुत कमजोर माप होगी। यदि हम इस अनुपात का प्रयोग बैंकों/वित्तीय संस्थाओं में जनबल के मामलों, नामतः स्टाफ की भर्ती, पदोन्नति आदि के निर्धारण के लिए करें तो परिणाम न सिर्फ त्रुटिपूर्ण होंगे बल्कि वे खतरनाक भी हो सकते हैं। यहां तक कि बैंकों को उपलब्ध कराए जाने वाले महाप्रबंधकों अथवा कार्यपालक निदेशकों की संख्या निर्धारित करने के लिए नीति-निर्माता कारोबार की मात्रा पर निर्भर करते हैं। क्या हम इन मामलों में गणित का उचित प्रयोग करके, जैसे बैंकों की आस्ति/कारोबार में से प्रत्येक 100 रुपयों में से स्टाफ पर किये गये व्यय अथवा कुल आस्ति/कारोबार के प्रतिशत के रूप में महाप्रबंधकों/कार्यपालक निदेशकों को अदा किये गये वेतन को आधार बनाकर, बेहतर तरीके से निर्णय नहीं ले सकते?

ग. वित्तीय समावेशन और संख्याएं : मुझे विश्वास है कि आप लोगों ने वित्तीय समावेशन के लिए उठाए गए कदमों, बिजनेस कॉरिस्पॉन्डेंट, मूलभूत बैंकिंग खाता आदि के बारे में सुना होगा। वित्तीय समावेशन संबंधी प्रगति को मापने के लिए बैंक अक्सर 'खातों की संख्या' और 'लेनदेन की संख्या' का प्रयोग करते हैं। बैंक सामान्यतः "किसी अवधि

के दौरान खोले गए खातों की संख्या 100 प्रतिशत बढ़ गई है' कहते हुए वित्तीय समावेशन में प्रगति का दावा करते हैं। वित्तीय समावेशन की प्रगति का दावा करने के लिए गणित का इस प्रकार प्रयोग बहुत दिग्भ्रमित कर सकता है। गहराई में जाने पर पता चलता है कि पहले खातों की जो संख्या 100 थी वह सचमुच बढ़कर 200 हो गई है, किंतु इससे बैंकिंग की पहुंच बढ़ने और वित्तीय समावेशन में वास्तव में किसी महत्वपूर्ण वृद्धि की सूचना नहीं मिलती क्योंकि इसी अवधि में कवर किए गए गांवों और नियुक्त किए गए बिजनेस कॉरिस्पॉण्डेंटों की संख्या भी कई गुना बढ़ गई होगी। इस प्रकार बढ़े हुए खातों की संख्या से सिर्फ भौगोलिक विस्तार का पता चलता है, न कि वर्तमान स्थानों पर बैंकिंग की पहुंच बढ़ने का। इसी प्रकार प्रत्येक महीने में किए गए लेनदेन की संख्या 50 से बढ़कर 100 हो सकती है किंतु साथ ही, खातों की संख्या भी 200 से बढ़कर 1000 हो गई होगी। इस प्रकार लेनदेन की संख्या में 100 प्रतिशत की वृद्धि से दक्षता में वृद्धि अथवा वित्तीय समावेशन बढ़ने का पता नहीं चलता है। वित्तीय समावेशन की प्रगति को मापने के लिए प्रत्येक 1000 की जनसंख्या में खातों की संख्या और लेनदेन की संख्या बेहतर गणितीय अनुपात हैं।

31. मैंने अपने दैनिक कार्यालयीन अनुभवों के आधार पर जो उक्त तीन उदाहरण दिये हैं उनसे यह पता चलता है कि यदि निर्णय लेने के लिए गणित का ठीक ढंग से प्रयोग न किया जाए तो किस प्रकार से अतार्किक निर्णयों पर पहुंचा जा सकता है। इसलिए गणित के विद्यार्थियों को बहुत सावधानी बरतनी चाहिए क्योंकि संख्याओं के अनुचित प्रयोग से गलत नीतिगत निर्णय लिए जा सकते हैं।

उपसंहार

32. मैं विशेषरूप से विद्यार्थियों को यह मुख्य संदेश देना चाहता हूँ कि गणित और गणितज्ञों का न सिर्फ अतीत, बल्कि भविष्य भी शानदार और उज्ज्वल है। गणित जहां अपने परिशुद्ध रूप में ऊंचाइयों पर जा रही है वहीं विज्ञान के विभिन्न प्राचीन और नए क्षेत्रों में उसके अनुप्रयोगों का क्षेत्र भी तेजी से बढ़ रहा है। भौतिक और जीव विज्ञानों के अलावा अर्थशास्त्र,

वित्त, बैंकिंग और अन्य बहुत से क्षेत्रों में भी इसका प्रयोग किया जा रहा है। गणित के इस प्रकार के विविध अनुप्रयोगों को देखते हुए सारी दुनिया को गणितज्ञों की जरूरत है। अंतरराष्ट्रीय स्तर पर भारतीय विद्यार्थियों और वैज्ञानिकों की गणित में अच्छी प्रतिष्ठा स्थापित है। इस प्राकृतिक लाभपूर्ण स्थिति को पोषित करते हुए बनाए रखने की आवश्यकता है जिससे बुद्धिमान विद्यार्थी गणित की ओर आकर्षित होंगे और साथ ही उन्हें रोजगार के बहुत से अवसर भी मिलेंगे। गणित के बहुत से अनुप्रयोगों को ध्यान में रखते हुए विद्यार्थियों को अपनी रुचि के क्षेत्रों की पहचान कर उस विशेष क्षेत्र में अपने ज्ञान का विस्तार करना होगा। जिन लोगों की गणित में विशेष रुचि हो वे इसके अनुसंधान को अपने कैरियर के लिए चुन सकते हैं लेकिन अन्य लोगों को अपने चुनिंदा क्षेत्र में गणितीय अनुप्रयोगों में महारत हासिल करने पर ध्यान केंद्रित करना चाहिए।

33. अपने व्याख्यान का समापन करते हुए मैं चाहूंगा कि आप उस गणितज्ञ की तरह बनें जिसका उल्लेख मैं एक कहानी में करने जा रहा हूँ :

एक गणितज्ञ, एक भौतिक शास्त्री और एक इंजीनियर स्कॉटलैंड की यात्रा कर रहे थे। ट्रेन की खिड़की से एक काली भेड़ दिखाई देने पर इंजीनियर ने कहा, 'अहा ! मुझे लगता है कि स्कॉटलैंड की भेड़ें काली होती हैं।' भौतिक शास्त्री ने कहा, 'आपका मतलब यह है कि स्कॉटलैंड की कुछ भेड़ें काली होती हैं।' गणितज्ञ ने कहा नहीं, 'हमें सिर्फ इतना पता है कि स्कॉटलैंड में कम-से-कम एक भेड़ है और उसका एक तरफ का भाग काला है !'

34. मैं इस सम्मेलन में आमंत्रित किए जाने के लिए इसके आयोजकों को एक बार फिर से धन्यवाद देने के साथ अपनी बात समाप्त करूंगा। मुझे विश्वास है कि इस मंच के माध्यम से जागरूकता आएगी और गणित और गणितज्ञों की संभावनाओं के बारे में जानकारी बढ़ेगी। मैंने आप लोगों को गणित और केंद्रीय बैंकिंग में गणित के अनुप्रयोगों और भारतीय रिजर्व बैंक में अपने दैनिक कार्यों में संख्याओं से उत्पन्न होने वाली समस्याओं के बारे में बहुत कुछ बताया है। मैं उम्मीद करता हूँ कि आप सभी लोग गणित का अध्ययन कर नाम कमाएंगे और अच्छा कैरियर बनाएंगे। मैं आप सभी के उज्ज्वल भविष्य और इस सम्मेलन की सफलता की कामना करता हूँ।

धन्यवाद।

चुनिंदा संदर्भ :

1. इरिक डब्लू. वेस्टीन, 'हार्डी-रामनुजन नंबर'। वेबसाइट पता <http://mathworld.wolfram.com/Hardy-RamanujanNumber.html> के *MathWorld- A Wolfram* से लिया गया।
2. प्रो. सी.आर. राव, सीएसआईआर, नई दिल्ली द्वारा लिखित *स्टैटिस्टिक्स ऐंड ट्रुथ* (1989)।
3. <http://www.ams.jhu.edu/financial%20math/masters.html>

4. <http://www.popmath.org.uk/centre/patescpm/imahob95.html>
5. स्वामी विवेकानंद (1900) : 8 जनवरी 1900 को लॉस एंजेल्स में "द पॉवर ऑफ माइंड" विषय पर व्याख्यान।
6. जवाहर लाल नेहरू कृत "द डिस्कवरी ऑफ इंडिया" में "मैथमैटिक्स इन ऐन्सिएंट इंडिया" में किए गए उल्लेख के अनुसार, लाप्लेस : हॉगबेन्स मैथमैटिक्स फॉर द मिलियन, लंदन, 1942.